ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სემინარის XXXV საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები

თეზისების კრებული

2021 წლის 21-23 აპრილი
თბილისი

საორგანიზაციო კომიტეტი

ჯაიანი გიორგი (თავმჯდომარე)
ავაზაშვილი ნიკოლოზი (თავმჯდომარის მოადგილე)
ჩინჩალაძე ნატალია (თავმჯდომარის მოადგილე)
ჯანგველაძე თემური (თავმჯდომარის მოადგილე)
გულუა ბაკური (სწავლული მდივანი, საკონტაქტო პირი, bak.gulua@gmail.com)
რუხაია მიხეილი (სწავლული მდივანი, საკონტაქტო პირი, email: mrukhaia@yahoo.com)
გვარამაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
თევდორაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
შარიქაძე მერი (ტექნიკური მდივანი)
ამაღლობელი მიხეილი
ანთიძე ჯემალი
ახალაია გიორგი
ბაასი მატიას (ავსტრია)
ბაკურაძე მალხაზი
გიორგაძე გრიგორი
გოგინავა უშანგი
გოგოლაძე ლერი
დავითაშვილი თეიმურაზი
დანელია ანა
დუნდუა ბესიკი
ვაშაყმაძე თამაზი
ვეფხვაძე თეიმურაზი
თადუმაძე თამაზი
კიღურაძე ზურაბი
კოპლატაძე რომანი
მეუნარგია თენგიზი
ნადარაია ელიზბარი
ნატროშვილი დავითი
ომანაძე როლანდი
პაპუკაშვილი არჩილი
როგავა ჯემალი
ფურთუხია ომარი
ყიფიანი არჩილი
შავაძე თეა
შავგულიძე ქეთევანი
ხარაზიშვილი ალექსანდრე
ხარიბეგაშვილი სერგო
ხიმშიაშვილი გიორგი

წინასიტყვაობა

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXV გაფართოებული სხდომების თეზისების კრებულში შეტანილია მოსმენილი მოხსენებების თეზისები დაყოფილია 10 თავად სექციების მიხედვით.

თეზისების შინაარსის სისწორეზე პასუხიმგებელობა ეკისრება სექციის ხელმძღვანელებს, ავტორთა წილ.

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ხელმძღვანელები – ალექსანდრე ხარაზიშვილი, როლანდ ომანაძე
თანახელმძღვანელი – არჩილ ყიფიანი

მაზურკევიჩის სიმრავლე ნამდვილ რიცხვთა სავსებით დალაგების გარეშე

მარიამ ბერიაშვილი[1], რალფ შინდლერი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
mariam_beriashvili@yahoo.com
[2]მიუნსტერის უნივერსიტეტის მათემათიკური ლოგიკისა და მათემატიკის
საფუძვლების დეპარტამენტი, მიუნსტერი, გერმანია
rds@wwu.de

1914 წელს მაზურკევიჩის მიერ ტრანსფინიტური კონსტრუქციის საშულებით აგებული იქნა წერტილოვანი სიმრავლე, ე.წ. მაზურკევიჩის სიმრავლე, რომელსაც სიბრტყეში გავლებულ ნებისმიერ წრფესთან ზუსტად ორი თანაკვეთის წერტილი გააჩნია (იხ. [3]).

მაზურკიევიჩის სიმრავლე საკმაოდ უცნაური დესკრიფციული სტრუქტური-საა. მტკიცდება, რომ ZFC თეორიის ფარგლებში არსებობს მაზურკევიჩის სიმრავლე, რომელიც არსად მკვრივია და ამასთან, ლებეგის აზრით ნულ ზომისაა. ამავდრო-ულად, მტკიცდება ისეთი მაზურკიევიჩის სიმრავლის არსებობაც, რომელიც არ არის ლებეგის აზრით ზომადი და არ ფლობს ბერის თვისებას (იხ. [2]).

წარმოდგენილ მოხსენებაში განიხილება მაზურკევიჩის სიმრავლის არსებობის საკითხი ისეთ სიმრავლურ თეორიულ მოდელში, რომელშიც არ გვაქვს სავსებით დალაგება (იხ. [4], [5]). კერძოდ კი, კოენ-ჰალპერნ-ლევის მოდელში (იხ. [1]) დამტკიცებულია

თეორემა. (ZF) დავუშვათ არსებობს მიმდევრობა $(A_i, r_i : i < \lambda)$ ისეთი, რომ ყოველი $i \leq j < \lambda$ -სთვის სრულდება შემდეგი პირობები:

a) $A_i \subset A_j$;
b) $R = \bigcup_{k<\lambda} A_i$;
c) r_i არ არის $comp(A_i)$-ში;
d) $comp(A_i \cup \{r_i\}) \subset A_{i+1}$.

მაშინ არსებობს მაზურკევიჩის სიმრავლე.

შედეგი: კოენ-ჰალპერნ-ლევის მოდელში არსებობს მაზურკიევიჩის სიმრავლე.

ლიტერატურა

1. Beriashvili, M., Schindler, R., Wu, L., Yu, L. Hamel bases and wellordering the continuum. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **146** (2018), 3565- 3573.
2. Kharazishvili, A. *Nonmeasurable Sets and Functions*. Elsevier, Amsterdam 2004.
3. Mazurkiewicz, S. Sur un ensemble plan qui a avec chaque droite deux et seulement deux points communs. *C. R. Varsovie*, **7** (1914), 382-384
4. Miller, A., Infinite Combinatorics and Definability. *Annals of Pure and Applied Logic*, **41** (1989), 179-203.
5. Miller, A. *The axiom of choice and two-point sets in the plane*, preprint. available at https://www.math.wisc.edu/~miller/res/two-pt.pdf.

Q_1-ხარისხების მინიმალური წყვილები

როლანდ ომანაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი

თბილისი, საქართველო

roland.omanadze@tsu.ge

ტენენბაუმმა (იხ. [1, გვ. 159]) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე განსაზღვრა Q-დაყვანადობის ცნება შემდეგნაირად: A სიმრავლე $Q-$*დაყვანადია* B სიმრავლეზე (სიმბოლურად: $A \leq_Q B$) თუ არსებობს ისეთი რეკურსიული ფუნქცია f, რომ ყოველი $x \epsilon \omega$ (სადაც ω აღნიშნავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს),

$$x \epsilon A \;\Leftrightarrow W_{f(x)} \subseteq B.$$

ამ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ $A \leq_Q B$ f ფუნქციით. თუ $A \leq_Q B$ ისეთი f ფუნქციით, რომ ყოველი $x, y-$ სთვის,

$$x \neq y \;\Rightarrow W_{f(x)} \cap W_{f(y)} = \emptyset,$$

მაშინ ვიტყვით, რომ A არის Q_1-*დაყვანადი* $B-$ *ზე*, და ვწერთ $A \leq_{Q_1} B$.

გამოყენებული ცნებები და აღნიშვნები სტანდარტულია და შეიძლება მოიძებნოს [1]-სა და [2]–ში.

თეორემა 1. ვთქვათ A არის Σ_2^0 სიმრავლე, C არის Π_2^0 სიმრავლე, B არის ნებისმიერი სიმრავლე და A$\leq_{Q_1}$ B$\leq_{Q_1}$ C. მაშინ არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუნქცია h, რომ ყოველი x, y,

$$x \epsilon A \;\Leftrightarrow W_{h(x)} \subseteq B,$$

$$x \neq y \;\Rightarrow W_{h(x)} \cap W_{h(y)} = \emptyset,$$

$$W_{h(x)} \text{ არის სასრული.}$$

თეორემა 2. თუ a და b რეკურსიულად გადათვლადი (რ.გ.) Q_1-ხარისხებია, მაშინ ყოველი არანულოვანი Σ_2^0 Q_1-ხარისხისთვის $c, c \leq_{Q_1} a, b,$ არსებობს ისეთი რ.გ. Q_1-ხარისხი *d,* რომ $c \leq_{Q_1} d \leq_{Q_1} a, b.$

თეორემა 3. თუ რ.გ. Q_1–ხარისხები a და b არის მინიმალური წყვილი რ.გ. Q_1-ხარისხებში, მაშინ a და b არის მინიმალური წყვილი Σ_2^0 Q_1-ხარისხებში.

ლიტერატურა

1. Rogers, H. *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*. MIT Press, Cambrige, MA, USA (1967).
2. Soare, R.I. *Recursively Enumerable Sets and Degrees*. Springer-Verlag, Berlin (1987).

ელემენტარული ფიგურების ტოლშედგენილობის ზოგიერთი ასპექტის შესახებ

თამარ ქასრაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

tamarkasrashvili@yahoo.com

მოხსენებას ეხება ელემენტარული ფიგურების ტოლშედგენილობის თეორიის ზოგიერთ ასპექტს ზომის თეორიის თვალსაზრისით. ორი მრავალკუთხედი ტოლშედგენილია, თუ ერთი მათგანი შეიძლება დაიყოს სასრულ ნაწილებად, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია მეორე მრავალკუთხედის შევსება. ცხადია, ნებისმიერ ორ ტოლშედგენელ მრავალკუთხედს აქვს ერთი და იგივე მოცულობა. ყოველი P მრავალკუთხედისთვის $\mathbf{R}^3$-დან დენის ინვარიანტი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$D_f(P) = \sum l(e) f(\alpha),$$

სადაც $l(e)$ არის P-ს e წიბოს სიგრძე, α არის ორწახნაგა კუთხის სიდიდე და f არის კოშის ფუნქციონალური განტოლების ამონახსნი, რომელიც აკმაყოფილებს $f(\pi) = 0$ პირობას.

თეორემა. კოშის ფუნქციონალური განტოლებების ამონახსნებს შორის არსებობს ერთი მაინც ისეთი, რომელიც არაზომადია ლებეგის ზომის ინვარიანტული გაგრძელებების მიმართ.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [FR-18-6190].

ინვარიანტული σ-სასრული ზომები წრფივ პოლონურ სივრცეებში

მარიკა ხაჩიძე, ალექსი კირთაძე, ნინო რუსიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
m.khachidze1995@gmail.com, kirtadze2@yahoo.com,
nino.rusiashvili@gmail.com

მოხსენებაში ნაჩვენებია, რომ უსასრულოგანზომილებიან პოლონურ სივრცეებში არსებობს σ-სასრული ზომა, რომელიც ინვარიანტულია საბაზისო სივრცის მკვრივი წრფივი ქვესივრცის მიმართ და არ ფლობს ერთადერთობის პირობას.

თეორემა 1. ყოველი უსასრულოგანზომილებიან პოლონურ სივრცეებში არსებობს არანულოვანი σ-სასრული ბორელის ზომა, რომელიც ინვარიანტულია მკვრივი წრფივი ქვესივრცის მიმართ.

თეორემა 2. ვთქვათ, E არის უსასრულოგანზომილებიანი პოლონური სივრცე, $K \subset E$ არის კომპაქტი, $L \subset E$ არის მკვრივი წრფივი ქვესივრცე და μ არის L-ინვარიანტული σ-სასრული ბორელის ზომა, თანაც $\mu(K)=1$. მაშინ არსებობს L-ინვარიანტული σ-სასრული ბორელის ზომა μ', რომლისთვისაც $\mu'(K)=1$ და μ და μ' არ არიან ექვივალენტურები.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [FR-18-6190].

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ხელმძღვანელი – მატიას ბაასი
თანახელმძღვანელები – ჯემალ ანთიძე, ბესიკ დუნდუა, მიხეილ რუხაია

ურანგო არამკაფიო მსჯელობა

ანრიეტ ბიშარა[1], მიხეილ რუხაია[2]
[1]შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
anriettehazem@yahoo.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
mrukhaia@logic.at

ცოდნის ფორმალური წარმოდგენის მთავარი იარაღია ონთოლოგიები, რომელიც არის ლოგიკაზე დაფუძნებული ფორმალური ენის წინადადებათა ერთობლიობა. ასეთ ფორმალურ წინადადებათა ერთობლიობას იყენებენ ავტომატიზირებული მსჯელობის მოდულები, რომ მოცემული ინფორმაციიდან გააკეთონ დასკვნები და პასუხი გასცენ დასმულ შეკითხვებს.

მიუხედავად იმისა, რომ ონთოლოგიის ენები სტანდარტიზებულია W3C ორგანიზაციის მიერ, მნიშვნელოვანი პრობლემები ჯერ კიდევ გადაუჭრელია. ერთ-ერთ აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს ე.წ. არამკაფიო ონთოლოგიები, სადაც წარმოდგენილი ინფორმაცია არაცხადი და გაურკვეველია. არამკაფიო ონთოლოგიები მიიღება არამკაფიო ლოგიკის ინტეგრაციით ონთოლოგიებში. ასეთ ონთოლოგიებს ფართო გამოყენება აქვს სხვადასხვა სფეროში (მედიცინა, ბიოლოგია, ელექტრონული კომერცია და სხვა).

მოხსენებაში განვსაზღვრულია ურანგო არამკაფიო ლოგიკა და მასზე მსჯელობის ტაბლო მეთოდი. მიდგომის სიახლე მდგომარეობს იმაში, რომ ხდება მრავალმნიშვნელობიანი ლოგიკის გაფართოება მიმდევრობითი ცვლადებითა და ურანგო ფუქნციონალური და პრედიკატული სიმბოლოებით. ასეთი ენა და მასზე მსჯელობის მეთოდი აფართოებს ცოდნის მოდელირების შესაძლებლობებს სხვადსახვა დარგებში.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [YS-19-367].

ურანგო ალბათური ლოგიკა

ბესიკ დუნდუა[1], მიხეილ რუხაია[2], ლალი ტიბუა[2]
[1]ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
bdundua@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
mrukhaia@logic.at
[3]საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ltibua@gmail.com

ხელოვნური ინტელექტის დასაბამიდან, ეგრედ წოდებული „გონებრივი“ ამოცანების ამოსახსნელად დამოუკიდებლად გამოიყენებოდა ლოგიკური და ალბათური მეთოდები. ალბათობის თეორია პასუხობს გაურკვევლობით განპირობებულ გამოწვევებს, მაშინ, როდესაც ლოგიკა უფრო მეტად მოსახერხებელია სრულყოფილი ცოდნის დასაბუთებისათვის. მნიშვნელოვანი კვლევები მიეძღვნა ლოგიკური და ალბათური მეთოდების ერთ ჩარჩოში კომბინაციას, რამაც გამოიწვია ლოგიკურ-ალბათური ფორმალიზმებისა და პროგრამირების სისტემების შექმნა. მოხსენებაში განხილულია ურანგო ლოგიკური თეორიების ალბათური გაფართოებები.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით[YS-18-1480] .

რამდენიმე შენიშვნა კონტროლირებული ქართული ენის შესახებ

ნინო ამირიძე[1], ბესიკი დუნდუა[2], თემურ კუცია[3], ანა ჩუტკერაშვილი[4]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
nino.amiridze@gmail.com
[2]ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
bdundua@gmail.com
[3]იოჰანეს კეპლერის უნივერსიტეტი, ლინცი, ავსტრია
tkutsia@gmail.com
[4]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
annachutkerashvili@gmail.com

კონტროლირებული ბუნებრივი ენები გამოიყენება როგორც მაღალი დონის ცოდნის წარმომადგენლობითი ენები. ამ ენებს ძალიან მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია კომპიუტერული ლინგვისტიკის დარგში, მათი ორი ძალიან საინტერესო თვისების გამო: პირველ რიგში, მათ, ბუნებრივი ენების მსგავსად, არაფრომალური სტრუქტურა აქვთ, შესაბამისად, მათი გამოყენება ფორმალურ ენებთან შედარებით, ბევრად მარტივია. მეორეც, ისინი ზუსტად განსაზღვრულია ბუნებრივი ენების ქვეჯგუფებად და მათი თარგმნა შესაძლებელია ავტომატურად ფორმალურ სამიზნე ენაზე და შემდეგ მათი დამუშავება. მათ შეუძლიათ დააბალანსონ ბუნებრივი ენების და ფორმალური ენების უარყოფითი მხარეები ცოდნის მაქსიმალურად ზუსტად წარმოდგენისთვის და შეიძლება დაეხმარონ დომენის სპეციალისტებს კონტროლირებულ ბუნებრივ ენაზე სპეციფიკაციების წერისას.

მოხსენებაში საუბარი იქნება კონტროლირებული ქართული ბუნებრივი ენის შესახებ კრიზისების მართვის სფეროში.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [FR-19-18557].

დეკონვოლუციური ნეირონული ქსელები

ოლეგ ნამიჩეიშვილი, ეკატერინე გვარამია, კულიჯანოვი კონსტანტინე,
გურამ აჭარაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ინფორმატიკისა და მრთვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
O.namicheishvili@gtu.ge, E.Gvaramia@gtu.ge, K.Kulijanovi@gau.ge,
guramiacharadze@gmail.com

დეკონვოლუციური ნეირონული ქსელები (*Deconvolutional Neural Networks*) თავდაპირველად შემოთავაზებულია როგორც იმ გაუხშოებული ავტოკოდერების კონვოლუციური ნაირსახეობა, რომლებიც გამოიყენება კონვოლუციური ნეირონული ქსელების ნიშანთა რუკების ვიზუალიზაციისათვის. მოგვიანებით დეკონვოლუციური ქსელების იდეამ ფართო გამოყენება ჰპოვა სემანტიკური სეგმენტაციის ამოცანათა გადაწყვეტისას, ვინაიდან ხსენებული ქსელები გამოსასვლელზე ისეთი რუკის მიღების საშუალებას იძლევა, რომელიც ზომების მიხედვით შემომავალი გამოსახულების შესადარისია.

რეკურენტულ ნეირონულ ქსელებში ხანგრძლივი მოკლევადიანი მეხსიერებისათვის

ოლეგ ნამიჩეიშვილი, ჟუჟუნა გოგიაშვილი, მზია კიკნაძე, გურამ აჭარაძე
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ინფორმატიკისა და მრთვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
O.namicheishvili@gtu.ge, J.Gogiasvili @gtu.ge, m.kiknadze@gtu.ge,
guramiacharadze@gmail.com

დღემდე რეკურენტული ნეირონული ქსელების სწავლება ხდებოდა მათი დროში გაშლის საშუალებით და შეცდომის უკუგავრცელების მოდიფიცირებული მეთოდის გამოყენებით. აღმოჩნდა, რომ საკმარისად გრძელი შემავალი მიმდევრობების არსებობისას სწავლების პროცესში, ქსელი ივიწყებს ინფორმაციას დაშორებული ობიექტების შესახებ. ზოგიერთ შემთხვევაში ჩნდება აუცილებლობა, რომ ქსელს «ახსოვდეს» ინფორმაცია თანამიმდევრობის დასაწყისში მყოფი ობიექტების შესახებ.

მოხსენებაში განხილულია ამოცანათა მაგალითები, რომლებიც ადასტურებს ქსელისათვის მეხსიერების არსებობის აუცილებლობას.

დისტანციური სწავლების გამოწვევები სკოლაში

ლია კურტანიძე
საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
lia.kurtanidze@gmail.com

გასულმა წელმა მრავალი გამოწვევის და პრობლემის წინაშე დააყენა ადამიანის საქმიანობის ყველა სფერო, მათ შორის განათლების სფეროც, თუმცა პრობლემებთან ერთად პანდემიამ ახალი შესაძლებლობებიც გააჩინა. სასწავლო დაწესებულებების დისტანციური სწავლების ფორმატზე გადასვლამ დააჩქარა ციფრულ ტექნოლოგიებში მასწავლებლების და მოსწავლეების კომპეტენციის ამაღლება. ამ პერიოდში საკუთარ პედაგოგიურ პრაქტიკაზე დაყრდნობით ავტორმა ჩაატარა კვლევა, თუ რამდენად გაუმკლავდა სკოლა ამ გამოწვევებს, იმოქმედა თუ არა ამ პროცესმა სწავლის ხარისხზე და მოსწავლეთა მოტივაციაზე. მოხსენება შეეხება ამ კონკრეტული კვლევის შედეგებს და წარმოქმნილი პრობლემების გადაჭრის გზებს.

რიცხვთა თეორიის, ალგებრისა და გეომეტრიის სექცია

ხელმძღვანელები – მიხეილ ამაღლობელი, მალხაზ ბაკურაძე, თეიმურაზ ვეფხვაძე, გიორგი ხიმშიაშვილი
თანახელმძღვანელი – ქეთევან შავგულიძე

CT_1-ჯგუფები და თავისუფალ 2-ნილპოტენტურ ჯგუფთა ალგებრული გეომეტრია

მიხეილ ამაღლობელი[1], ალექსეი მიასნიკოვი[2], ვლადიმირ რემესლენიკოვი[3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
mikheil.amaglobeli@tsu.ge
[2]სტევენსის ტექნოლოგიების ინსტიტუტი, ჰუბუკენ, აშშ
amiasnikov@gmail.com
[3]სობოლევის მათემატიკის ინსტიტუტი, ომსკი, რუსეთი
remesl@iitam.omsk.net.ru

H ჯგუფის ცნება, რომელიც დისკრიმინირებადია G ჯგუფით, (K ჯგუფთა კლასით) ცენტრალურია თანამედროვე ჯგუფთა თეორიაში. ის ჩნდება ალგებრის სხვადასხვა დარგებში განსხვავებული სახელებით: ჯგუფთა მრავალსახეობებში (როგორც ჯგუფები დისკრიმინირებადი K კლასით), ჯგუფთა კომბინატორულ თეორიაში (როგორც ჯგუფები, აპროქციმირებადი K კლასით), ჯგუფთა გეომეტრიულ თეორიაში გრომოვ-ჰაუსდორფის სივრცეებში (როგორც ჯგუფთა ზღვრები K-დან) და ა.შ. ეს ცნება მნიშვნელოვანია მოდელების თეორიაში (G-ს უნივერსალურად ევივალენტური ჯგუფების დახასიათებისათვის) და ალგებრულ გეომეტრიაში ჯგუფებზე (G-ზე დაუყვანადი ალგებრული სიმრავლეების საკოორდინატო ჯგუფების დახასიათებისათვის).

ბ. ბაუმსლაგმა 1967 წელს (იხ. [1]) დაამტკიცა, რომ H ჯგუფი მაშინ და მხოლოდ მაშინაა დისკრიმინირებადი F თავისუფალი ჯგუფით, როცა H აპროქსიმირებადია F ჯგუფით და H კომუტაციურ-ტრანზიტული ჯგუფია. გავიხსენოთ, რომ ჯგუფი კომუტაციურ-ტრანზიტულია (ან CT-ჯგუფია), თუ მისი ყოველი არაერთეულოვანი ელემენტის ცენტრალიზატორი აბელურია.

აღმოჩნდა, რომ მსგავსი შედეგი სამართლიანია ბევრი სხვა G ჯგუფისათვისაც (მაგალითად, გრეხვის გარეშე ჰიპერბოლური ჯგუფებისათვის).

არააბელური ნილპოტენტური ჯგუფები არ არიან CT-ჯგუფები, რადგან მათ გააჩნიათ არატრივიალური ცენტრი. ამიტომ ზემოთ მოხსენიებული ტექნიკა ამ შემთხვევაში გამოუყენებადია. მაგრამ ისე შეიძლება განვაზოგადოთ CT-ჯგუფის ცნება, რომ ის გამოდგეს ნილპოტენტური ჯგუფებისათვის (იხ. [2, 3]). სახელდობრ, H

ჯგუფს ეწოდება k დონის კომუტატურ-ტრანზიტული (ან CT_k-ჯგუფი), თუ ნებისმიერი $h \notin Z_k(H)$ ელემენტის ცენტრალიზატორი აბელურია ($Z_k(H)$ აღნიშნავს H ჯგუფის k-ურ ჰიპერცენტრს. კერძოდ, $Z_1(H)$ არის H-ის ცენტრი). გასაგებია, რომ თავისუფალი 2-ნილპოტენტური ჯგუფები CT_1-ჯგუფებია.

სამართლიანია შემდეგი

თეორემა. სასრულად წარმოქმნილი G-ჯგუფი H, რომელიც G-აპროქსიმირდება სასრული რანგის მქონე არააბელური თავისუფალი 2-ნილპოტენტური G ჯგუფით, მაშინ და მხოლოდ მაშინ G- დისკრიმინირდება G ჯგუფით, როცა H არის CT_1-ჯგუფი.

ეს იძლევა იმ სასრულად წარმოქმნილი ჯგუფების წმინდა ალგებრულ დახასიათებას, რომელიც G ჯგუფის უნივერსალურად ეკვივალენტურია და აგრეთვე დაუყვანადი ალგებრული სიმრავლეების საკოორდინატო ჯგუფების აღწერას G-ზე.

ლიტერატურა

1. Baumslag, B. Residually free groups. *Proc. London Math. Soc.*, **17**, 3 (1967), 402-418.
2. Амаглобели, М.Г. Алгебраические множества и координатные группы для свободной нильпотентной группы ступени 2. *Сибирский математический журнал*, **48**, 1 (2007), 5-10.
3. Fine, B., Gaglione, A. Myasnikov, A., Spellman, D. Discriminating groups. *J. Group Theory*, **4** (2001), 463-474.

რიცხვთა წარმოდგენა იმ ცხრაცვლადიანი დიაგონალური კვადრატული ფორმებით, რომელთა კოეფიციენტებია ერთიანები და ოთხიანები

თეიმურაზ ვეფხვაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო

t-vepkhvadze@hotmail.com

სფერული ფუნქციების შემცველი მახასიათებლიანი თეტა-ფუნქციების მოდულური თვისებების გამოყენებით აგებულია ნახევრად მთელი წონის პარაბოლური ფორმები. ეს იძლევა საშუალებას მიღებულ იქნას ფორმულები რიცხვთა წარმოდგენების რაოდენობისთვის ყველა იმ დიაგონალური ცხრაცვლადიანი კვადრატული ფორმით, რომელთა კოეფიციენტებია ერთიანები და ოთხიანები.

მებიუს-ლისტინგის განზოგადებული სხეულებისათვის VV და VS კვეთების ანალიზური აღწერა

ილია თავხელიძე
ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
ilia.tavkhelidze@tsu.ge

მოხსენებაში წარმოდგენილი იქნება GML_m^n - მებიუს-ლისტინგის განზოგადებული სხეულებისათვის [1,2], რომელთა რადიალური კვეთა წესიერი ამოზნექილი m-კუთხედია, ნებისმიერი VV (წვერო-წვერო) და VS (წვერო-გვერდი) შესაბამისი კვეთის ზედაპირის ანალიზური წარმოდგენა.

ლიტერატურა

1. Tavkhelidze, I., Ricci, P.E. Classification of a wide set of Geometric figures, surfaces and lines (Trajectories). *Rendiconti Accademia Nazionale delle Science detta dei XL, Memorie di Matematica e Applicazioni*, 124^o, vol. XXX, fasc. 1, (2006), 191-212.
2. Gielis, J., Caratelli, D., Tavkhelidze, I. The General Case of Cutting GML Bodies. *The Geometrical Solution – Differential and Difference Equations with Applications, ICDDEA 2019 Lisbon, Portugal, July1-5,* – Springer Proceedings in Mathematics & Statistics **333** (2020), 397-412.

მონოიდთა ფაქტორიზაციის შესახებ

თამარ მესაბლიშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
tamar.mesablishvili392@ens.tsu.edu.ge

ვთქვათ, M მონოიდია. *კონგრუენცია* მარცხენა M-სიმრავლეზე X (ან, *(მარცხენა) M-კონგრუენცია X-ზე),* არის $\rho \subseteq X \times X$ ექვივალენტობის მიმართება X-ზე, ისეთი, რომ, თუ $(x, x') \in \rho$, მაშინ $(mx, mx') \in \rho$ ნებისმიერი $x, x' \in X$ და $m \in M$-თვის. (ანალოგიურად განისაზღვრება *მარჯვენა* კონგრუენცია მარჯვენა M-სიმრავლეზე Y). $x \in X$ ელემენტის შესაბამის ρ - ექვივალენტობის კლასს აღვნიშნავთ $[x]_\rho$ სიმბოლოთი. (M, m_M) მარცხენა (შესაბამისად, მარჯვენა) M-სიმრავლის შემთხვევაში, $C^l(M)$ (შესაბამისად, $C^r(M)$) სიმბოლოთი აღვნიშნავთ M-ზე მარცხენა (შესაბამისად, მარჯვენა) კონგრუენციების სიმრავლეს. ρ კონგრუენციის *ტრანსვერსალი* მარცხენა (შესაბამისად, მარჯვენა) M-სიმრავლეზე X არის ისეთი $T \subseteq X$ სიმრავლე, რომელიც ρ-ექვივალენტობის ყველა კლასიდან შეიცავს ზუსტად ერთ წარმომადგენელს.

M მონოიდს ეწოდება *ფაქტორიზებადი,* თუ ის შეიცავს ორ ისეთ M_1 და M_2 ქვემონოიდს, რომ ასახვა $M_1 \times M_2 \to M, (m_1, m_2) \mapsto m_1 m_2$ არის ბიექციური. (M_1, M_2) წყვილს ეწოდება M-ის ფაქტორიზაცია.

დამტკიცებულია შემდეგი

თეორემა. *ნებისმიერი M მონოიდისათვის შესაბამისობა*

$$(\alpha, \beta) \mapsto ([1_M]_\alpha, [1_M]_\beta)$$

არის ბიექცია M-ის ფაქტორიზაციების სიმრავლესა და ისეთ $(\alpha, \beta) \in C^l(M) \times C^r(M)$ წყვილთა სიმრავლეს შორის, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობებს:

(1) $\alpha \cap \beta = \triangle_M$,

(2) $[1_M]_\beta$ *არის α-ს ტრანსვერსალი,*

(3) $[1_M]_\alpha$ *არის β-ს ტრანსვერსალი.*

ჰილბერტის თეორემა 90 კოალგებრა-გალუას გაფართოებებისათვის

ა. ალ-რავაჟდე[1], ბაჩუკი მესაბლიშვილი[1,2]

[1]არაბთა გაერთიანებული საემიროების უნივერსიტეტი, ალ-აინი, არაბთა გაერთიანებული საემიროები, aalrawashdeh@uaeu.ac.ae

[2] ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, bachuki.mesablishvili@tsu.ge

კოალგებრა-გალუას გაფართოებებისათვის დამტკიცებულია ჰილბერტის თეორემა 90-ის ვერსია.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია პროექტის „C*-ალგებრების უნიტარული ჯგუფის შესახებ“ მხარდაჭერით [გრანტი №31S404].

ხუთცვლადიანი კვადრატული ფორმებისთვის განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა ზოგიერთი სივრცის განზომილების ზედა საზღვრების შესახებ

ქეთევან შავგულიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

თბილისი, საქართველო, Ketevan.shavgulidze@tsu.ge

ნაპოვნია თეტა-მწკრივთა სივრცეების განზომილების ზედა საზღვრები ზოგიერთი ხუთცვლადიანი დიაგონალური კვადრატული ფორმის მიმართ [1, 2]. აგებულია შესაბამის განზოგადებულ ჯერად თეტა-მწკრივთა სივრცეების ბაზისები.

ლიტერატურა

1. Shavgulidze, K. On the dimensions of some spaces of generalized theta-series. *Lithuanian Mathematical Journal*, **53**, 2 (2013), 235-240.
2. Shavgulidze, K. On the space of generalized theta-series for certain quadratic forms in any number of variables. *Mathematica Slovaca*, **69**, 1 (2019), 87-98.

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის

ხელმძღვანელები – უშანგი გოგინავა, ლერი გოგოლაძე
თანახელმძღვანელი – ანა დანელია

განზოგადებული სასრული ვარიაციის ფუნქციათა კლასების შესახებ

თეიმურაზ ახობაძე, შალვა ზვიადაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო, teimuraz.akhobadze@tsu.ge, shalva.zviadadze@tsu.ge

შესწავლილია განზოგადოებული სასრული ვარიაციის ფუნქციათა კლასები. ამ კლასების უწყვეტი ფუნქციებისთვის დამტკიცებულია მათი ფურიეს ტრიგონომეტ-რიული მწკრივების თანაბარი კრებადობა.

ფურიეს ზოგადი მწკრივების უპირობო კრებადობა ლიფშიცის კლასის ფუნქციებისათვის

ლერი გოგოლაძე, ვახტანგ ცაგარეიშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო, lgogoladze1@hotmail.com, cagare@ymail.com

ცნობილია, რომ ფურიეს ზოგადი მწკრივები საზოგადოდ არ არის კრებადი იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ფუნქცია არის დიფერენცირებადი. ამგვარად, თუ გვინდა, რომ დიფერენცირებადი ფუნქციის ფურიეს მწკრივი იყოს კრებადი, საჭირო იქნება, რომ მოცემული ორთონორმირებული სისტემის (ონს) ფუნქციები აკმაყოფილებდნენ რაიმე პირობას. ჩვენს ნაშრომში მოძებნილია პირობები, რომლებიც უნდა დააკმაყოფილონ მოცემული ონს ფუნქციებმა, რომ ლიფშიც კლასის ფუნქციების ფურიეს მწკრივები იყოს უპირობოდ კრებადი. ნაჩვენებია, რომ მიღებული პირობები გაუმჯობესებადია გარკვეული აზრით. შესწავლილია მოცემული ონს ქვესისტემების ყოფაქცევა.

შეუღლებული ფუნქციის ზოგიერთი ლოკალური თვისების შესახებ და წილადური რიგის სიგლუვის მოდული

ანა დანელია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო, ana.danelia@tsu.ge

სიგლუვის მოდულები მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ აპროქსიმაციის თეორიაში, ფურიეს ანალიზსა და მათ გამოყენებებში. მოცემული f ფუნქციისთვის ისინი ადგენენ ამ ფუნქციის სიგლუვის ხასიათს გარკვეული რიგის სხვაობის საშუალებით. ფაქტიურად, ლებეგის L^p სივრციდან ან უწყვეტ ფუნქციათა C სივრციდან აღებული f ფუნქციისთვის სიგლუვის მოდული ძალიან კარგი მახასიათებელია საუკეთესო მიახლოების რიგის დასადგენად.

წარმოდგენილ მოხსენებაში ჩვენ ვიხილავთ C სივრცეში მრავალი ცვლადის შეუღლებული ფუნქციის წილადური რიგის სიგლუვის მოდულის ყოფაქცევას ფიქსირებულ წერტილში, თუ მოცემულ წერტილში თავდაპირველი ფუნქციის ყოფაქცევა ცნობილია. მიღებულია პირდაპირი შეფასებები და შესაბამისი მაგალითებით დადგენილია ამ შეფასებების სიზუსტე.

ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების შერეული ტიპის $(C,-1<\alpha<0,\ \beta=0)$ ჩეზაროს მეთოდით შეჯამებადობის შესახებ

გივი ნადიბაიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო, g.nadibaidze@gmail.com

ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების ჩეზაროს $(C,-1<\alpha<0,\ \beta=0)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის საკითხს.

ვთქვათ $\{M_k\}$ და $\{N_k\}$ არიან ნატურალურ რიცხვთა ზრდადი მიმდევრობები და $\Delta_{p,q}=\left(M_p,M_{p+1}\right]\times\left(N_q,N_{q+1}\right],\ (p,q\ge 1)$.

ვთქვათ $\{\varphi_{mn}\}$ არის ფუნქციათა სისტემა $L^2((0,1)^2)$-დან. $\{\varphi_{mn}\}$-ს ვუწოდებთ $\Delta_{p,q}$-ორთონორმირებულ სისტემას, თუ $\|\varphi_{mn}\|_2=1$, როცა $m=1,2,\dots,n=1,2,\dots$ და $(\varphi_{ij},\varphi_{kl})=0$, როცა $(i,j),(k,l)\in\Delta_{p,q}$, $(i,j)\ne(k,l)$, $(p,q\ge 1)$.

ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემის ცნება პირველად განხილული იყო მორიცის მიერ. [1]-ში დადგენილია კაჩმაჟისა და მორიცის თეორემების ანალოგები ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების ჩეზაროს $(C,1,1)$, $(C,1,0)$ და $(C,0,1)$ მეთოდებით თითქმის ყველგან შეჯამებადობისათვის.

წინამდებარე ნაშრომში მიღებულია $\sum_{m,n=1}^{\infty} a_{mn}\varphi_{mn}(x,y)$ მწკრივის $(C,-1<\alpha<0,\ \beta=0)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის კრიტერიუმი ნებისმიერი $\Delta_{p,q}$-ორთონორმირებული $\{\varphi_{mn}\}$ სისტემისათვის. კერძოდ, დადგენილია პირობები $\{M_k\}$ და $\{N_k\}$ მიმდევრობებზე, რომლისთვისაც $\sum_{m,n=1}^{\infty} a_{mn}^2 m^{-2\alpha}(\ln(n+1))^2<\infty$ მწკრივის კრებადობა უზრუნველყოფს შესაბამისი მწკრივის $(C,-1<\alpha<0,\ 0)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობას.

ლიტერატურა

1. Nadibaidze, G. On the summability by Cesáro methods of double series with respect to block-orthonormal systems. *Analysis Mathematica*, **38**, 3 (2012), 203-226.

კვაზი- ორთოგონალურობის ორი ცნების შესახებ

სერგეი ჩობანიანი[1], მზევინარ ბაკურიძე[2], ვაჟა ტარიელაძე[3]

[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, chobanya@msu.edu

[2]ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი, საქართველო bakuridzemzevinari@mail.ru

[3]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, v. tarieladze@ gtu.ge

ჩვენ ვგეგმავთ შევადაროთ შემდეგ ორ სტატიაში შემოღებული კვაზი-ორთოგონალურობის განსაზღვრებები:

1. Menchoff D. A., Sur les series des fonctiones orthogonales. *Fund. Math.*, **10** (1927), 375-420.
2. Kac M., Salem R., Zygmund A., A gap theorem. *Transactions of the American Mathematical Society*, **63** (1948), 235-248.

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ხელმძღვანელი – გრიგორ გიორგაძე
თანახელმძღვანელი – გიორგი ახალაია

რელატივისტური ბრახისტოხრონის ამოცანის შესახებ

ნინო ბრეგვაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
nbregvadze97@gmail.com

ბრახისტოხრონის ამოცანა, რომელიც მდგომარეობს გრავიტაციული ველის მოქმედების შედეგად x_1საწყისი წერტილდან x_2 საბოლოო წერტილში სხეულის უმოკლეს დროში გადაადგილებაში, კლასიკური ვარიაციათა აღრიცხვის გამორჩეული ამოცანაა.

მოხსენებაში განიხილება ამ ამოცანის მოდიფიკაცია. კერძოდ, განვიხილულია ამოცანის რელატივისტური ფორმულირება [1]. ცნობილია, რომ ფარდობითობის ზოგად თეორიაში არ არსებობს გლობალური დროის კონცეფცია, შესაბამისად არარსებობს რაიმე უნივერსალური ხერხი, რომელიც გაზომავს სხეულის x_1 წერტილიდან x_2-შიგა დასვლის დროს. ამის გამო, ვარიაციული ამოცანის დასმა ხდება შესაბამისი რიმანის და სუბ-რიმანული სტრუქტურების მიმართ გეოდეზიური წირებისათვის [2]. ამოცანა დეტალურადაა განვიხილული ჰაიზენბერგის სივრცეში, ამასთან, გამოიყენება მართვის გეომეტრიული თეორიის მეთოდები [3].

ლიტერატურა

1. Goldstein, H., Bender, C. Relativistic brachistochrone. *J. of Math. Phys.*, **27**, 507 (1986); doi: 10.1063/1.527199.
2. Giannoni, F., Piccione, P., Verderesi J. An approach to the relativistic brachistochrone problem by sub-Riemannian geometry. *J. Math. Phys.*, **38**, 6367 (1997); doi: 10.1063/1.532217.
3. Agrachev, A., Sachkov, Yu. *Theory from the Geometric Viewpoint*. Springer, 2004.

ჰარმონიული მრავალწევრების წრფივი მდგრადი დეფორმაციების გეომეტრია

გრიგორი გიორგაძე[1], გიორგი ხიმშიაშვილი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
gia.giorgadze@tsu.ge
[2]ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
giorgi.khimshiashvili@ilauni.edu.ge

როგორც ცნობილია, (n,m) ბი-ხარისხის ჰარმონიული მრავალწევრი წარმოიდგინება$f(z)=p_n(z)+\overline{q_m(z)}$ სახით, სადაც $p_n(z)$ და $q_m(z)$ კომპლექსური ცვლადის მრავალწევრები, შესაბამისად, nდა m ხარისხისაა, "bar" სიმბოლო კი აღნიშნავს კომპლექსურ შეუღლებულს. მოხსენებაში განიხილება$(n,1)$ ბი-ხარისხის ჰარმონიული მრავალწევრების გეომეტრია, რომელიც ინტერპრეტირდება როგორც $p_n(z)$ კომპლექსური მრავალწევრის დეფორმაცია. ცნობილია, რომ თითქმის ყველა a კომპლექსური რიცხვისათვის, $f_a(z)=p_n(z)+a\bar{z}$ წრფივი დეფორმაცია განსაზღვრავს კომპლექსური სიბრტყის თავის თავში ასახვას. უიტნის თეორემის თანახმად ამგვარი ასახვის განსაკუთრებულობებია "ნაკეცის" (fold) წირები და "ნაოჭები" (cusp)$c(a)$რაოდენობის "ნაოჭები", რომლებიც ნაკეცის წირებზე მდებარეობენ. $f_a(z)$ჰარმონიული მრავალწევრის მეორე ბუნებრივი ინვარიანტია მისი $v(a)$ვალენტობა, რომელიც განმარტების თანახმად არის $f_a^{-1}(w)$ ფენებში წერტილთა მაქსიმალური რაოდენობა.

ჰარმონიული მრავალწევრების ვალენტობა მრავალი ავტორის კვლევის ობიექტია. კერძოდ, ა. ვილმჰორსმა [1]-ში აჩვენა, რომ (n,m) ბი-ხარისხის ჰარმონიული მრავალწევრის ვალენტობა, როდესაც $n>m$ ან უსასრულოა, ან ეკუთვნის $[n,n^2]$ მთელრიცხვა სეგმენტს. $(n,1)$ ბი-ხარისხის ჰარმონიული მრავალწევრების ვალენტობა, [2]-ში მოყვანილი შედეგების თანახმად არ აღემატება $3n-2$-ს და ეს შეფასება არის ზუსტი. მოხსენებაში ეს შედეგი ზუსტდება და ემატება წრფივი დეფორმაციის ნაოჭის წერტილების რაოდენობის შეფასება.

თეორემა. *ნებისმიერი n ხარისხის კომპლექსური $p(z)$ მრავალწევრისათვის არსებობს $a_1,\dots,a_n$ ნამდვილ რიცხვთა სასრული სიმრავლე, ისეთი, რომ ყოველი ნამდვილი a რიცხვისათვის, რომელიც განსხვავებულია a_j-ისგან, $p(z)+a\bar{z}$ წრფივი დეფორმაცია არის მდგრადი და ნაკეცის წერტილების $c(a)$ რაოდენობა მოთავსებულია $[n+1,3n-3]$ მთელრიცხვა ინტერვალში.*

ლიტერატურა

1. Wilmshurst, S. *Proc. Amer. Math. Soc.* **126** (1998), 2077-2081.
2. Khavinson, D., Swiatek, G. *Proc. Amer. Math. Soc.*, **131** (2003), 409-414.

სიმეტრიული მატრიცების J-სპექტრალური ფაქტორიზაციის შესახებ

ლაშა ეფრემიძე[1,2], ილია სპიტკოვსკი[2]
[1]ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email:le23@nyu.edu
[2]ნიუ ორკის უნივერსიტეტი აბუ დაბიში, არაბეთის გაერთიანებული საემიროები

კომლექსური სიბრტყის ერთეულოვან T წრეწირზე განსაზღვრულG სიმეტრიულ ($G = G^*$) მატრიც ფუნქციას აქვს მუდმივი სიგნატურა, თუ $G(t)$ მატრიცას აქვს დადებითი და უარყოფითი საკუთრივი მნიშვნელობების ერთი და იგივე რაოდენობა თითქმის ყველგან t-თვის T-დან. ამგვარი გადაუგვარებელი მატრიცული ფუნქციის J-სპექტრალური ფაქტორიზაცია ეწოდება წარმოდგენას

$$G(t) = G_+(t)\, \Lambda G_+^*(t), \qquad t \in T, \tag{1}$$

სადაცG_+დაG_+^{-1}შეიძლება გაგრძელდნენ ანალიზურადT-ს შიგნით, G_+^* არის G_+-ს ერმიტულად შეუღლებული, ხოლო Λ არის მუდმივი დიაგონალური მატრიცი დიაგონალზე -1-ებითა და 1-ებით (დადებითი და უარყოფითი საკუთრივი მნიშვნელობების რაოდენობის შესაბამისად). Λ-ს ეწოდება სიგნატურის მატრიცი.როდესაც G დადებითად განსაზღვრულია T-ზე(ამ დროს Λ ერთეულოვანი მატრიცია), (1) წარმოდგენას ეწოდებასპექტრალური ფაქტორიზაცია.J-სპექტრალური ფაქტორიზაცია მნიშვნელოვან როლს თამაშობს მართვის თეორიაში, კერძოდ ე.წ. H_∞მართვის თეორიაში [2].ამიტომ მნიშვნელოვანია მოცემული G-თვის მისი მიახლოებითი J-ფაქტორიზაციის რიცხვითი ალგორითმის შემუშავება. სხვადასხვა ამგვარი ალგორითმი გვხვდება ლიტერატურაში (იხ. მაგ. [4]), თუმცა არც ერთი მათგანი არ წარმოადგენს რომელიმე სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის პირდაპირ განზოგადებას. დადებითად განსაზღვრული მატრიცული ფუნქციებისთვის არსებული სპექტრალური ფაქტორიზაციის მეთოდი [1], [3] პოპულარული გახდა ბოლო წლებში. ჩვენს მიერ ეს მეთოდი განზოგადდა ისეთი სიმეტრიული მატრიცებისათვის, რომელთაც ყველა წამყვანი პრინციპული ქვემატრიცი აგრეთვე მუდმივი სიგნატურისა აქვთ.

მადლობა: პირველი ავტორი ამ კვლევის დროს ნაწილობრივ ფინანსდებოდა შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ[DI-18-118].

ლიტერატურა

1. Ephremidze, L., Saied, F., Spitkovsky, I.M., On thealgorithmization ofJanashia-Lagvilava matrix spectral factorization method. *IEEE Trans. Inform. Theory*, **64** (2018), 728-737.
2. Francis, B. A. *A course in H_∞ control theory*. Springer-Verlag, Berlin, 1987.
3. Janashia, G., Lagvilava, E., Ephremidze, L. A new method of matrix spectralfactorization. *IEEE Trans. Inform. Theory*, **57** (2011), 2318-2326.
4. Kwakernaak, H., Sebek, M. Polynomial J-spectral factorization. *IEEE Trans. Automat. Control,* **39** (1994), 315–328.

ხარისხოვანი მწკრივებით კონფორმული მოდულის გამოთვლა

გიორგი კაკულაშვილი
ი. ჯავახიშვილისსახელობისთბილისისსახელმწიფოუნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
giorgi.kakulashvili@ens.tsu.edu.ge

სპეციალური სახის არეებისათვის შვარც-კრისტოფელის ფორმულის გამოყენებით კონფორმული მოდულის გამოთვლის კონკრეტული მაგალითები ცნობილია სამეცნიერო ლიტერატურაში (იხ., მაგ. [1, 2]).

მოხსენებაში შვარც-კრისტოფელის ასახვა წარმოდგენილია ხარისხოვანი მწკრივის საშუალებით და მისი პროგრამული რეალიზაციით ნაჩვენებია ასეთი მიდგომის ეფექტურობა [3].

ლიტერატურა

1. Trefethen, L.N. Analysis and design of polygonal resistors by conformal mapping, *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, **35** (1984), 692-704.
2. Hakula, H., Rasila, A., Vuorinen, M. On Moduli of Rings and Quadrilaterals: Algorithms and Experiments. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **33**, 1 (2011), 225-242, DOI: 10.1137/090763603.
3. Kakulashvili, G. *On the Schwarz-Christoffel Parameters Problem*. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019.

გადაგვარებულ დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი სისტემის შესახებ

გიორგი მაქაცარია[1], ლამარა შანქიშვილი[2]
[1]ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Giorgi.makatsaria@gmail.com
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Lamara 999@Yandex.ru

განხილულია დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი კლასი მაღალი რიგის წერტილოვანი გადაგვარებით. ცხადადააგებული ნამდვილ რიცხვთა რეგულარული წყვილი და დამტკიცებულია ერთადერთობის ტიპის თეორემა. პოლიანალიზური არაერთგვაროვნების შემთხვევაში დამტკიცებულია არსებობის თეორემა.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [SRNSF # FR 17-96].

სივრცის განზომილების რენორმდინამიკა და კონფაინმენტ პოტენციალები ადრონებიდან გალაქტიკებამდე და სამყაროს პერიოდული სტრუქტურა

ნუგზარ მახალდიანი
ბირთვის კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტი, დუბნა, რუსეთის ფედერაცია
mnv@jinr.ru

კვარკონიუმის მოდელის მაშტაბზე დამოკიდებული განზომილება და პოტენციალი [1] განზოგადებულია გალაქტიკების მოდიფიცირებული ნიუტონის სახით. ამ პოტენციალით ახსნილია სამყაროს პერიოდული სტრუქტურა [2, 3]. კვარკ-გლუონურ მატერიაში კვარკონიუმისათვის მიღებულია სიმის დაძაბულების პარამეტრის ტემპერატურაზე დამოკიდებულების ფორმულა.

ლიტერატურა

1. Bures, M., Makhaldiani, N. Space Dimension Renormdynamics. *Particles:* **3** (2020), 364-379.
2. Broadhurst, T.J., Ellis, R.S., Koo, D.C., Szalay A.S., Nature (London): **343** (1990), 726-7281.
3. Makhaldiani, N.V., Large scale periodic structure and model-independent estimation of the number of periods of the visible Universe. Dubna, P2-92-540 (1992).

SO(4,4) ვექტორის და სპინორების სპლიტ ოქტონიონური წარმოდგენა და ტრიალობის სიმეტრია

ალექსანდრე ღურჭუმელია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ე. ხარაძის ეროვნული ასტროფიზიკური ობსერვატორია, აბასთუმანი, საქართველო
email: alexandre.gurchumelia@ens.tsu.edu.ge

(4,4) მეტრიკის მქონე სივრცის ვექტორული და სპინორული ფსევდოორთოგო-ნალური ჯგუფები წარმოდგენილია სპლიტ ოქტონიონური ალგებრით. რვაგანზომილებიანი სივრცის გამორჩეული თვისება, სახელად ტრიალობა, რომელიც გამოიხატება სპინორების და ვექტორის ექვივალენტობის სახით, გამოსახულია ამ სპლიტ ოქტონიონური ობიექტების მეშვეობით. ნაჩვენებია, რომ ამგვარი აღწერა არ არღვევს ტრიალობის სიმეტრიას, სტანდარტული კლიფორდის ალგებრული მიდგომის განგანსხვავებით.

მადლობა.ნაშრომი მხარდაჭერილია ფოლკსვაგენის ფონდის და შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ერთობლივი გრანტით [Ref. 93 562 & #04/48].

ლიტერატურა

1. Gogberashvili, M., Gurchumelia, A. Split Octonions and Triality in (4+4)-Space. *arXiv preprint arXiv:2012.02255* (2020).

ბერს-კარლემან-ვეკუას არაეგულარულ განტოლებასთან დაკავშირებული ინტეგრალური განტოლებები

ვალერიან ჯიქია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
valerianjikia@viam.tsu.ge

გამოკვლეულია მესამე გვარის წრფივი ინტეგრალური განტოლებები, რომლებიც დაკავშირებულია ბერს-კარლემან-ვეკუას არარეგულარულ განტოლებებთან, როდესაც ამ განტოლებების კოეფიციენტები ეკუთვნის ფუნქციათა საკმაოდ ფართო კლასს [1]. ნაჩვენებია, რომ ამ კლასის ბერს-კარლემან-ვეკუას არარეგულარულ განტოლებებს და შესაბამის ინტეგრალურ განტოლებებს აქვთ მხოლოდ იგივურად ნულის ტოლი ამონახსნები ორი ნამდვილი ცვლადის ანალიზურ ფუნქციათა კლასში. მოძებნილია შესაბამის არაერთგვაროვან ინტეგრალურ განტოლებათა საკმაოდ ფართო კლასი, სადაც ინტეგრალურ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი და ნაჩვენებია, რომ ამ ტიპის განტოლებებისათვის არ სრულდება ფრედჰოლმის ალტერნატივა.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსურიმხარდაჭერით [SRNSF # FR 17-96].

ლიტერატურა

1. Akhalaia, G., Giorgadze, G., Jikia, V., Kaldani, N., Makatsaria, G., Manjavidze, N. *Elliptic Systems on Riemann Surfaces*. Lecture notes of TICMI, **13** (2012), 3-167.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

ხელმძღვანელები – თამაზ თადუმაძე, რომან კოპლატაძე
თანახელმძღვანელი - თეა შავაძე

ოპტიმალური ელემენტის არსებობის შესახებ ნეიტრალური ოპტიმალური ამოცანისათვის მართვებში დისკრეტული დაგვიანებით

აბდელჯალილ ნაშავი[1], თეა შავაძე[2]
[1]ნანტის უნივერსიტეტი, ჟ. ლერეს მათემატიკის ლაბორატორია, ნანტი, საფრანგეთი
nachaoui@math.cnrs.fr
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
tea.shavadze@gmail.com

ნეიტრალური ოპტიმალური ამოცანისათვის

$$\dot{x}(t) = A(t)\dot{x}(t-\sigma) + f(t, x(t), x(t-\tau), u(t)) + g(t, x(t), x(t-\tau), u(t-\theta)), t \in [t_0, t_1],$$

$$x(t) = \varphi(t),\ t < t_0,\ x(t_0) = x_0, \quad q(t_0, t_1, \sigma, \tau, x_0, x(t_1)) = 0,$$

$$q^0(t_0, t_1, \sigma, \tau, x_0, x(t_1)) \to \min,$$

[1]-ში მოცემული სქემით, დამტკიცებულია $(t_0, t_1, \sigma, \tau, x_0, u(t))$ ოპტიმალური ელემენტის არსებობა.

ლიტერატურა

1. Tadumadze, T., Nachaoui, A. On the existence of an optimal element in quasi-linear neutral optimal problems. *Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics REPORTS*, **40** (2014), 50-67.

ხილეს და ნეხარის თეორემების შესახებ

რომან კოპლატაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, roman.koplatadze@tsu.ge

მეორე რიგის წრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის

$$u'' + p(t)u = 0,\ p \in C(R_+; R_+)$$

დადგენილია რხევადი ამონახსნების არსებობის საკმარისი პირობები. გარდა ამისა, $C(R_+;R_+)$ სივრცის გარკვეულ ქვესიმრავლეზე დადგენილია რხევადი ამონახსნების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

დაგვიანების პარამეტრების ოპტიმიზაციის წრფივი ამოცანა შერეული საწყისი პირობით

ლელა ალხაზიშვილი, მედეა იორდანიშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
lela.alkhazishvili@tsu.ge, imedea@yahoo.com

ოპტიმიზაციის ამოცანისათვის

$$\dot{x}(t) = (\dot{p}(t), \dot{q}(t)) = A(t)x(t) + B(t)p(t-\tau) + C(t)q(t-\sigma) + D(t)u(t) + E(t)u(t-\theta),\ t \in [t_0, t_1],$$

$$x(t) = (\varphi(t), g(t)),\ t < t_0,\ x(t_0) = (p_0, g(t_0)),$$

$$z^i(\tau, \sigma, \theta, x(t_1)) = 0, i = 1, \dots, l,$$

$$z^0(\tau, \sigma, \theta, x(t_1)) \to \min,$$

ამონახსნის ვარიაციის ფორმულის საფუძველზე [1] და [2]-ში მოცემული სქემით, მიღებულია τ, σ, θ დაგვიანების პარამეტრებისა და $u(t)$ მართვის ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები.

ლიტერატურა

1. Alkhazishvili, L., Iordanishvili, M. The variation formula of solution for the linear controlled differential equation considered the mixed initial condition and perturbation of delays. *Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics REPORTS*, **46** (2020), 3-6.
2. Tadumadze, T. Variation formulas of solutions for functional differential equations with several constant delays and their applications in optimal control problems. *Mem. Differential Equations Math. Phys.*, **70** (2017), 7-97.

ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისთვის ზოგადი სასაზღვრო ამოცანის კორექტულობის კრიტერიუმის შესახებ

მალხაზ აშორდია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ashord@rmi.ge, malkhaz.ashordia@tsu.ge

განხილულია ზოგადი სახის წრფივი სასაზღვრო ამოცანა

$$\frac{dx}{dt} = P(t)x + q(t), \quad t \in [a,b],$$

$$l(x) = c_0 ,$$

სადაც $P:[a,b] \to R^{n\times n}$ და $q:[a,b] \to R^n$, შესაბამისად, ინტეგრებადი მატრიცული და ვექტორული ფუნქციებია, l არის წრფივი შემოსაზღვრული ოპერატორი უწყვეტ ვექტორულ ფუნქციათა სივრციდან R^n-ში, ხოლო $c_0 \in R^n$.

ვთქვათ, x_0 არის ამ ამოცანის ერთადერთი ამონახსნი. ამ სასაზღვრო ამოცანის პარალელურად განხილულია სასაზღვრო ამოცანათა მიმდევრობა

$$\frac{dx}{dt} = P_m(t)x + q_m(t),$$

$$l_m(x) = c_m , \ (m = 1,2,...),$$

სადაც $P_m:[a,b] \to R^{n\times n}$ და $q_m:[a,b] \to R^n$, შესაბამისად, ინტეგრებადი მატრიცული და ვექტორული ფუნქციებია, l_m არის წრფივი შემოსაზღვრული ოპერატორი უწყვეტ ვექტორულ ფუნქციათა სივრციდან R^n-ში, ხოლო $c_m \in R^n$..

დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფს შეშფოთებული სასაზღვრო ამოცანების ცალსახად ამოხსნადობასა და ამ ამონახსნების კრებადობას x_0-კენ თანაბრად $[a,b]$-ზე, როცა $m \to \infty$. შესაბამისი დებულებები დამტკიცებულია [1] ნაშრომში.

ლიტერატურა

1. Ashordia, M. The general boundary value problems for linear systems of generalized ordinary differential equations, linear impulsive differential and ordinary differential systems. Numerical solvability. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.*, **81** (2020), 1-184.

კორონავირუსის (COVID-19-ის) გავრცელების პროგნოზირების მოდელების მოდიფიკაციის შესახებ

აკაკი გაბელაია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო, agabelaia@mail.ru

განხილულია კორონავირუსის (კოვიდ-19-ის) პროგნოზირების შემუშავებული მოდელების მოდიფიკაციის შესაძლებლობის საკითხები, რომლის მიზანია პროგნოზირების ჰორიზონტის გაზრდა. გარკვეულობისათვის უნდა აღინიშნოს, რომ ადრე ავტორის მიერ პროგნოზირების თვალსაზრისით განხილული იყო კორონა-ვირუსის გავრცელების ისეთი ძირითადი მაჩვენებლები, როგორიცაა ინფიცირების საერთო შემთხვევათა და აქტიური შემთხვევების რაოდენობა მიმდინარე მომენტისათვის.

ეს მოდელები საკმარისად მაღალ სიზუსტეს აჩვენებენ მაქსიმუმ თვის პერსპექტივაში (შემდეგ მათი სიზუსტე ეცემა). მეორე მხრივ, იმის გათვალისწინებით, რომ ვირუსი უახლოეს პერსპექტივაში „გაჩერებას არ აპირებს“, დღის წესრიგში დგება პროგნოზირების ჰორიზონტის გაზრდის პრობლემა. აქედან გამომდინარე, შეიძლება აზრი ჰქონდეს ისეთი ახალი მაჩვენებლის განხილვას, როგორიცაა მაგალითად „ინფიცირებულთა რაოდენობის საშუალო დღიური ნაზრდი თვის განმავლობაში“. ეს საშუალებას იძლევა გაკეთდეს ამ მაჩვენებლის პროგნოზი რამდენიმე თვის შემცველი ჰორიზონტისათვის, მით უფრო, რომ ალბათობის თეორიის ცენტრალური ზღვარითი თეორემის თანახმად, ამ მაჩვენებლის განაწილება ახლოს უნდა იყოს ნორმალურთან, რაც გარკვეულწილად ამარტივებს მისთვის სარწმუნო პროგნოზული შეფასებების გაკეთების ამოცანას. თუმცა, ცხადია, ეს თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ ასეთი პროგნოზების სიზუსტე უნდა გაიზარდოს შესაბამისი (თვეების ჭრილში) ინფორმაციის დაგროვების კვალობაზე. სწორედ ამ შესაძლებლობათა კვლევას ეძღვნება წარმოდგენილი მოხსენება.

ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა შეშფოთებული სამართი დიფერენციალური განტოლებისათვის მართვებში დისკრეტული და განაწილებული დაგვიანებით

თინათინ ინაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო,
tinatin.inashvili822@ens.tsu.edu.ge

სამართი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x(t), u_0(t) + \delta u(t), u_0(t-\theta) + \delta u(t-\theta), v_0(t) + \delta v(t), \int_{-\sigma}^{-\tau} [v_0(t+s) + \delta v(t+s)]ds\right),$$

$$x(t_0) = x_{00} + \delta x_0,$$

[1]-ში მოცემული მეთოდით, დამტკიცებულია ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა, როცა ცნობილია თავდაპირველი განტოლების

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x(t), u_0(t), u_0(t-\theta), v_0(t), \int_{-\sigma}^{-\tau} v_0(t+s)ds\right),\ x(t_0) = x_{00}$$

ამონახსნი. აქ $\delta u(t)$, $\delta v(t)$ და δx_0 აღნიშნავენ, შესაბამისად, $u_0(t)$-ს, $v_0(t)$-ს და x_{00}-ის შეშფოთებებს. მიღებული ფორმულა დაკონკრეტებულია წრფივი დიფერენციალური განტოლებისათვის და საბაზრო ურთიერთობის დიფერენციალური მოდელისათვის.

ლიტერატურა

1. Tadumadze, T., Dvalishvili, Ph., Shavadze, T. On the representation of solution of the perturbed controlled differential equation with delay and continuous initial condition. *Appl. Comput. Math.,* **18**, 3 (2019), 305-315.

დანიშვნის განზოგადებული ორკრიტერიუმიანი ამოცანის შესახებ

ბეჟან ღვაბერიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
bezhan.ghvaberidze@tsu.ge

დანიშვნის განზოგადებული ორკრიტერიუმიანი ამოცანისათვის გამოკვლეულია ϵ -შეზღუდვათა მეთოდით ამოხსნადობის საკითხი. ნაჩვენებია, რომ ამ მეთოდით მიღებული ამონახსნი ოპტიმალურია სლეიტერის აზრით.

ოპტიმალური ელემენტის არსებობის თეორემები ორსაფეხურიანი ვარიაციული და ოპტიმალური ამოცანებისათვის დისკრეტული დაგვიანებებით

თამაზ თადუმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, tamaz.tadumadze @ tsu.ge

ორსაფეხურიანი ვარიაციული ამოცანისათვის

$$\int_{t_0}^{\theta} f(t,x(t),x(t-\tau),\dot{x}(t),\dot{x}(t-\tau))dt+\int_{\theta}^{t_1} g(t,y(t),y(t-\sigma),\dot{y}(t),\dot{y}(t-\sigma))dt \to \min,$$

$$x(t)=a(t), t\in[t_0-\tau,t_0]; \quad y(s)=G(s,x(s)), s\in[\theta-\sigma,\theta], \quad y(t_1)=b$$

და ორსაფეხურიანი ოპტიმალური ამცანისათვის

$$\begin{cases}\dot{p}(t)=\psi(t,p(t),p(t-\omega),u(t),u(t-\omega)),\ t\in(h_0,\vartheta),\\ \dot{q}(t)=\chi(t,q(t),q(t-\rho),v(t),v(t-\rho)),\ t\in(\vartheta,h_1),\end{cases}$$

$$p(t)=\alpha(t), t\in[h_0-\omega,h_0]; \quad q(s)=Z(s,p(s)), s\in[\vartheta-\rho,\vartheta], \quad q(h_1)=\beta,$$

$$\int_{h_0}^{\vartheta}\psi^0(t,p(t),p(t-\omega),u(t),u(t-\omega))dt+\int_{\vartheta}^{h_1}\chi^0(t,q(t),q(t-\rho),v(t),v(t-\rho))dt \to \min,$$

[1] -ში მოცემული სქემით, დამტკიცებულია ოპტიმალური $(\theta,x(\cdot),y(\cdot))$ და $(\vartheta,u(\cdot),v(\cdot))$ ელემენტების არსებობა.

ლიტერატურა

1. Tadumadze, T. On the existence of an optimal element in two-stage optimal problems with delays. *Georgian Math. J.,* **20**, 3 (2013), 601-623.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

ხელმძღვანელები – დავით ნატროშვილი, სერგო ხარიბეგაშვილი, თემურ ჯანგველაძე
თანახელმძღვანელი – ზურაბ კიღურაძე

დირიხლეს ერთი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის ანალიზური ამონახსნის შესწავლის შესახებ

მამული ზაქრაძე, მურმან კუბლაშვილი, ზაზა თაბაგარი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails:mamuliz@yahoo.com, mkublashvili@mail.ru, z.tabagari@hotmail.com

მოხსენება ეხება დირიხლეს ერთი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის ანალიზური სახით აგებული ამონახსნის შესწავლას მართი ცილინდრული ფორმის სხეულისათვის, რომლის ფუძე წარმოადგენს კონცენტრირებულ წრიულ რგოლს. ლიტერატურაში (იხილეთ მაგალითად, [1-4]) აღნიშნული ტიპის ამოცანათა ანალიზური სახით ამოხსნისათვის ძირითადად გამოყენებულია ცვლადთა განცალების, კერძო ამონახსნთა და ევრისტიკული მეთოდები. რადგან ევრისტიკული მეთოდი არ იძლევა საუკეთესო ამონახსნის მოძებნის გარანტიას, უფრო მეტიც, ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება მოგვცეს არასწორი პასუხი, ამიტომ ამგვარი ტიპის ამონახსნების გამოყენების დროს აუცილებელია იმის შემოწმება, თუ რამდენად აკმაყოფილებს ეს ამონახსნები ამოცანის ყველა პირობას (იხილეთ მაგალითად, [1]). ამოცანის არისათვის განხილულია შემთხვევა, როცა ცილინდრის გარე გვერდით ზედაპირზე სასაზღვრო პირობა მუდმივია, ხოლო ზედაპირის დანარჩენ ნაწილზე ნულის ტოლია. ასეთი ამოცანის ამონახსნი მწკრივის სახით მოცემულია [4]-ში. ჩვენი მიზანი არის მისი გამოყენება ტესტირებისთვის. აღნიშნულის გამო, გამოკვლეული იქნა მწკრივის თვისებები. კერძოდ, დადგენილია: 1) მწკრივის თანაბარი კრებადობა და ჰარმონიულობა; 2) მწკრივის თანაბარი კრებადობა გარე გვერდით ზედაპირზე (დანაჩენ ნაწილზე ნულის ტოლია). ჩატარებულმა გამოთვლებმა აჩვენა, რომ ზემოთ ხსენებული ანალიზური ამონახსნი ხასიათდება სიზუსტით, რომელიც საკმარისია რიგი პრაქტიკული ამოცანებისათვის. ასევე, შიგა საკონტროლო წერტილებისათვის ჩატარებული გამოთვლების შედეგები კარგ შესაბამისობაშია ფიზიკურ სურათთან. დასასრულს აღვნიშნავთ, რომ ჩვენი თვალსაზრისით განხილული ამოცანა ხსენებული ანალიზური ამონახსნით შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ტესტური ამოცანის როლში.

ლიტერატურა

1. Grinberg, G.A. *Selected Problems of the Mathematical Theory of Electric and Magnetic Phenomena*. Izd. Akad. Nauk SSSR, 1948.
2. Smythe, W. R. *Static and Dynamic Electricity* (second edition). New York, Toronto, London, 1950.
3. Carslow, H.S., Jaeger, J.C. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, London, 1959.
4. Budak, B.M., Samarski, A.A., Tikhonov, A.N. *A Collection of Problems in Mathematical Physics*. Third. edition, Nauka. Moskow, 1980 (in Russian).

ბიწაძე-სამარსკის ზოგიერთი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანის არაკლასიკური ამონახსნების შესახებ

გიორგი ლობჯანიძე
კავკასიის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
globzhanidze@cu.edu.ge

მართკუთხოვან არეზე $-\Delta u(x,y)+\lambda u(x,y)=f(x,y),\ \lambda\geq 0$ განტოლებისათვის განიხილება ბიწაძე-სამარსკის არალოკალური სასაზღვრო ამოცანა. ვარიაციული მიდგომის საფუძველზე განზოგადებულია კლასიკური ამონახსნის ცნება. მოყვანილია ზოგიერთი წყვეტილი $f(x,y)$ ფუნქციების სათანადო განზოგადებულ ამონახსნთა მაგალითები.

ჩარნი-ობუხოვის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებისთვის სიმეტრიული ნახევრადდისკრეტული სქემის კრებადობის შესახებ

ჯემალ როგავა[1], მიხეილ წიკლაური[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის რიცხვითი ანალიზის და
გამოთვლითი ტექნოლოგიების კათედრა და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი
მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
jemal.rogava@tsu.ge
[2]მისურის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიის უნივერსიტეტი, აშშ

განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა პერიოდული სასაზღვრო პირობებით ჩარნი-ობუხოვის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებისთვის მართკუთხოვან არეში. აგებულია დასმული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის სიმეტრიული ნახევრადდისკრეტული სქემა, რომელიც არის ლოკალურად წრფივი. ამ სქემის აპროქსიმაციის რიგია $O(\tau^2)$, სადაც τ არის ბიჯი დროითი ცვლადის მიხედვით. მიღებულია მიახლოებითი ამონახსნის ცდომილების შეფასება - გრიგალისთვის L_2 -

ის ნორმით, ხოლო დენის ფუნქციისთვის - როგორც W_2^1-ის ნორმით, ასევე C ნორმით.

კორექტულად დასმული სასაზღვრო ამოცანები მაქსველის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისათვის

ირინე სიგუა[1], მარიამ რაშოიანი[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
irinasigua@mail.ru
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკის და მართვის სისტემების
ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
rashoian96@mail.ru

განხილულია სასაზღვრო ამოცანები მაქსველის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისათვის (იხილეთ მაგალითად, [1]). ნაპოვნია აუცილებელი და საკმარისი პირობები სასაზღვრო პირობებში შემავალი კოეფიციენტებზე, რომლებიც უზრუნველყოფენ დასმული ამოცანის კორექტულობას (იხილეთ მაგალითად, [2-6]) და ნაჩვენებია ამოცანის კორექტულობის რა სახის დარღვევებს აქვს ადგილი, როცა ეს პირობები არ სრულდება. ამ შემთხვევაში აგრეთვე ნაჩვენებია, თუ რა სახის ცვლილებებია შესატანი საწყის პირობებში, რომ ამოცანა გახდეს კორექტული. დასმული ამოცანის კორექტულობის შემთხვევაში ამონახსნი ამოწერილია ცხადი სახით.

ლიტერატურა

1. Courant, R. *Partial Differential Equations*. Interscience Publishers, 1962.
2. Rozhdestvenski, B.L., Yanenko, N.N. *Systems of Quasilinear Equations and their Applications to Gas Dynamics*. M.: Science, 1978.
3. Godunov, S.K. *Equations of Mathematical Physics*. M.: Science, 1978.
4. Abolinya, V.E., Mishkis, A.D. On the mixed problem for a linear hyperbolic system in the plane. *Scientific Notes of Latv. State Univ.*, **20**, 3 (1958), 87-104.
5. Abolinya, V.E., Mishkis, A.D. The mixed problem for a semi-linear hyperbolic system in the plane. *Mat. Sb.*, **50**, 4 (1960), 423-442.
6. Duff, G.F.D. Mixed problems for linear systems of first order equations. *Can. J. Math.*, **10** (1958), 127-160.

ერთი არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისათვის არალოკალური სასაზღვრო პირობებიანი ამოცანის შესახებ

თემურ ჯანგველაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
tjangv@yahoo.com

პარაბოლური ტიპის ერთი არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისათვის განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა არალოკალური სასაზღვრო პირობებით [1, 2]. ასეთი ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური მოდელები დაფუძნებულია მაქსველის განტოლებათა სისტემაზე და შესწავლილია მრავალ ნაშრომში (იხილეთ მაგალითად, [3] და იქ მოყვანილი ლიტერატურული მითითებები).

ლიტერატურა

1. Bitsadze, A.V., Samarskii, A.A. On some simple generalizations of linear elliptic boundary problems. (in Russian) *Doklady Akademii Nauk*, **185**, 4 (1969), 739-740.
2. Steklov, V.A. *Fundamental Problems in Mathematical Physics.* (in Russian, ed. V.S. Vladimirov). Nauka, Moscow, 1983, 67.
3. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integro-differential models based on system of Maxwell equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.,* **76** (2019), 1-118.

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

ხელმძღვანელები - ელიზბარ ნადარაია, ომარ ფურთუხია

პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ერთი არაპარამეტრული შეფასების შესახებ

ელიზბარ ნადარაია[1], პეტრე ბაბილუა[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, elizbar.nadaraya@tsu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, petre.babilua@tsu.ge

დადგენილია პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ერთი არაპარამეტრული გულოვანი შეფასების ინტეგრალური კვადრატული გადახრის ზღვარითი განაწილების კანონი. აგებულია ჰიპოთეზის შემოწმების კრიტერიუმი პუასონის რეგრესიის ფუნქციის შესახებ. შესწავლილია აგებული კრიტერიუმის ძალდუულობის საკითხი და გარკვეული ტიპის დაახლოებადი ალტერნატივებისათვის შესწავლილია კრიტერიუმის სიმძლავრის ასიმპტოტური ყოფაქცევა.

დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისათვის $\boldsymbol{l_p, 1 \le p < \infty}$, სივრცეში

ვალერი ბერიკაშვილი[1], სერგო ჩობანიანი[2], გიორგი გიორგობიანი[3], ვახტანგ კვარაცხელია[4]
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: [1]v.berikashvili@gtu.ge, [2]chobanya@msu.ed, [3]giorgobiani.g@gtu.ge, [4]v.kvaratskhelia@gtu.ge

მოხსენებაში წარმოდგენილია სუსტად კორელირებული შემთხვევითი სიდიდეებისათვის ხინჩინის ერთი შედეგის ([1]) განზოგადება $l_p, 1 \le p < \infty$, სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი ელემენტებისათვის. ვთქვათ, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ არის $l_p, 1 \le p < \infty$, სივრცეში მნიშვნელობების მქონე სუსტი მეორე რიგის შემთხვევითი ელემენტების მიმდევრობა და ვთქვათ $R_n = R_{\xi_n}: l_p^* \to l_p$ არის ξ_n- ის

კოვარიაციული ოპერატორი, ხოლო V_{nm} არის ξ_n და ξ_m- ის კორელაციის კოეფიციენტი.

განვიხილოთ შემდეგი პირობა:

$$\sigma_n^s \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \langle e_k, R_n e_k \rangle^{\frac{s}{2}} < \infty, \qquad n = 1,2,\cdots, \tag{1}$$

სადაც $s = min\{p, 2\}$ და (e_k) არის ერთეულოვანი $e_k = \left(\overbrace{0,\cdots,0}^{k-1}, 1, 0, \cdots \right), k = 1,2,\cdots,$ ვექტორების მიმდევრობა შეუღლებულ სივრცეში l_p^*. დამტკიცებულია

თეორემა. *ვთქვათ, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ არის $l_p, 1 \le p < \infty$, სივრცეში მნიშვნელობების მქონე სუსტი მეორე რიგის შემთხვევითი ელემენტების მიმდევრობა და ვთქვათ სრულდება (1). მაშინ სამართლიანია შემდეგი დებულებები:*

(i) $\mathbb{E}\|\xi_n\|_{l_p}^2 < \infty, \quad n = 1,2,\cdots.$

(ii) *თუ ამასთან ერთად, არსებობს არაუარყოფით მთელ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული არაუარყოფითი g ფუნქცია ისეთი, რომ სრულდება პირობები*

$$\|V_{nm}\| \le g(|n-m|), \qquad n, m = 1,2, \dots.$$

და

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=0}^{n-1} g(i) \right) \left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^s \right)^{2/s} = 0,$$

მაშინ

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E} \left\| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \xi_i \right\|_{l_p}^s = 0.$$

კერძოდ, მიმდევრობა $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ აკმაყოფილებს დიდ რიცხვთა კანონს.

ლიტერატურა

1. Khinchin, A.Y. Sur la loi forte des grands nombers. *C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math*, **186**, 285 (1928), 285-287.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების არსებული მიდგომები და განვითარების პერსპექტივები

ქართლოს ყაჭიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, kkachiashvili@gmail.com

განხილულია სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების არსებული მიდგომები ([1]-[5]). მოცემულია მათი დახასიათება და ერთმანეთთან შედარება. განხილულია

იდეები, რომლებიც საფუძვლად უდევს ჰიპოთეზების შემოწმების არსებულ მიდგომებსა და ძირითად მეთოდებს. ნაჩვენებია არსებული მეთოდების ნაკლოვანებები, დაკავშირებული ამ მეთოდების თანამედროვე დონეზე გამოყენების პერსპექტივასთან, გამოწვეულს მონაცემთა მოცულობის არნახული ზრდით და მიღებული გადაწყვეტილების საიმედობაზე გაზრდილი მოთხოვნებით.

ლიტერატურა

1. Kachiashvili, K. J. *Constrained Bayesian Methods of Hypotheses Testing: A New Philosophy of Hypotheses Testing in Parallel and Sequential Experiments*. Nova Science Publishers, Inc., New York, 2018.
2. Kachiashvili, K. J. Modern State of Statistical Hypotheses Testing and Perspectives of its Development. *Biostat Biometrics Open Acc J.*, **9**, 2 (2019), 1-4.
3. Berger, J. O. Could Fisher, Jeffreys and Neyman have Agreed on Testing? *Statistical Science*, **18** (2003), 1–32.
4. Casella, G. and Wells, M. T. Comparing p-values to Neyman-Pearson tests. *Technical Report BU-1073-M, Biometrics Unit and Statistics Cent., Cornell Univ.* (1990).
5. Bernardo, J. M. and Rueda, R. Bayesian Hypothesis Testing: A Reference Approach. *International Statistical Review*, (2002), 1-22.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანა არამკაფიო ბინომური მოდელის შემთვევაში

რევაზ თევზაძე[1], ცოტნე კუტალია[2]

[1]ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვლადიმერ ჭავჭანიძის სახელობის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, rtevzadze@gmail.com

[2]ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
tsotnekutalia@gau.ge

შესწავლილია კაპიტალის რობასტული მაქსიმიზაციის ამოცანა ხარისხოვანი სარგებლიანობის მქონე ინვესტორისთვის.

შენიშვნა მარჯვნიდან უწყვეტი ექსპონენციალური მარტინგალების შესახებ

ბესიკ ჩიქვინიძე
ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო, besikchikvinidze@gau.edu.ge

მოცემული გვაქვს ძირითადი ალბათური სივრცე $(\Omega,\mathcal{F},P)$ და მარჯვნიდან უწყვეტი ფილტრაცია $(\mathcal{F}_t)_{0\le t\le\infty}$. ამასთან, მოცემულია M ლოკალური მარტინგალი $[\![0;T]\!]$ ინტერვალზე, სადაც T არის გაჩერების მომენტი. $\Delta M_t = M_t - M_{t-}$-ით აღვნიშნოთ M-ის ნახტომები, ხოლო $\mathcal{E}(M)$-ით M-ის ექსპონენციალური მარტინგალი: $\mathcal{E}(M) = e^{M_t - \frac{1}{2}\langle M^c\rangle_t}\prod_{0<s\le t}(1+\Delta M_s)e^{-\Delta M_s}$, სადაც M^c არის M-ის უწყვეტი მარტინგალური ნაწილი. შევნიშნოთ, რომ $M = M^c + M^d$ სადაც M^d არის სუფთად წყვეტადი მარტინგალური ნაწილი და ადგილი აქვს წარმოდგენას $M^d = \int_0^t\int_{-1}^{\infty} x d(\mu-\nu)$, სადაც $\mu(\omega,t,x)$ არის M-ის ნახტომების ზომა და $\nu(\omega,t,x)$ - მისი კომპენსატორი.

იმ შემთხვევაში, როდესაც $\mathcal{E}(M)$ თანაბრად ინტეგრებადია, შეგვიძლია განვმარტოთ ახალი ალბათური ზომა Q: $dQ = \mathcal{E}_T(M)dP$. ცხადია, რომ $Q \ll P$ და თუ $P\{\mathcal{E}_T(M)>0\}=1$, მაშინ Q და P ექვივალენტური ალბათური ზომებია ($Q\sim P$). იმის გასაგებად, თუ როდის არის $Q\sim P$, უნდა შევისწავლოთ სიმრავლე $\{\mathcal{E}_T(M)=0\}$. როდესაც $M = M^c$ კაზამაკიმ [2] აჩვენა, რომ $\{\mathcal{E}_T(M^c)=0\} = \{\langle M^c\rangle_T = \infty\}$. ზოგადი M-თვის ჟაკოდმა დაამტკიცა, რომ $\{\mathcal{E}_\infty(M)>0\} = \left\{\langle M^c\rangle_\infty + \int_0^\infty\int_{-1}^\infty \frac{x^2}{1+|x|}d\nu + \int_0^\infty \frac{dB_s}{\mathcal{E}_{s-}(M)} < \infty\right\}$, ხოლო 2019 წელს მ. ლარსონმა და ი. რუფმა [3] აჩვენეს სიმრავლური ჩართვა $\{\lim_{t\uparrow\tau}\mathcal{E}_t(M)=0\} \subset \{\lim_{t\uparrow\tau} M_t = -\infty\} \cup \{[M]_\tau = \infty\} \cup \{\Delta M_t = -1,\ t\in[0;\tau)\}$ ნებისმიერი τ გაჩერების მომენტისთვის. ამასთან დაამტკიცეს, რომ თუ დამატებით $\Delta M \ge -1$ და $\overline{\lim}_{t\uparrow\tau} M_t < \infty$, მაშინ ადგილი ექნება პირიქით ჩართვასაც. მოხსენებაში მტკიცდება

თეორემა. ვთქვათ M ლოკალური მარტინგალია და $\Delta M \ge -1$. მაშინ შემდეგი სიმრავლური ტოლობები სრულდება P თითქმის ყველგან:

$$(i)\ \{\mathcal{E}_T(M)=0\} = \left\{\langle M^c\rangle_T + \int_0^T\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+x}d\mu + \int_1^\infty \frac{x^2}{1+x}d\nu = \infty\right\};$$

(ii) თუ $E\frac{1}{1+\Delta M_\sigma} < \infty$ ნებისმიერი $\sigma<\infty$, მაშინ $\{\mathcal{E}_T(M)=0\} = \left\{\langle M^c\rangle_T + \int_{-1}^\infty \frac{x^2}{1+x}d\nu = \infty\right\}$;

(iii) თუ $E\Delta M_\sigma < \infty$ ნებისმიერი $\sigma<\infty$, მაშინ $\{\mathcal{E}_T(M)=0\} = \left\{\langle M^c\rangle_T + \int_{-1}^\infty \frac{x^2}{1+x}d\mu = \infty\right\}$.

ლიტერატურა

1. Jacod, J. *Calcul Stochastique et Problemes de Martingales*, Vol. 714 of Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1979.
2. Kazamaki, N. *Continuous Exponential Martingales and BMO*, Vol. 1579 of Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin-Heidelberg, 1994.

3. Larsson, M. and Ruf, J. *Stochastic Exponentials and Logarithms on Stochastic Intervals* – A Survey*, Journal of Mathematical Analysis and Applications Vol. 476, Issue 1, Issue on Stochastic Differential Equations, Stochastic Algorithms, and Applications, 2019.

ჯერადი იტოს ინტეგრალების შესახებ ბანახის სივრცეში

ბადრი მამფორია[1], ომარ ფურთუხია[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის
სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
badrimamporia@yahoo.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი და ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო, o.purtukhia@gmail.com

განხილულია იტოს ჯერადი ინტეგრალები ([1]) ნებისმიერ სეპარაბელურ ბანახის სივრცეში და გამოკვლეულია ამ ინტეგრალების არსებობის პრობლემა. იტოს ჯერადი ინტეგრალი წარმოადგენს მნიშვნელოვან ინსტრუმენტს ვინერის პროცესის ფუნქციონალების შესასწავლად. მოყვანილია იტოს ჯერადი ინტეგრალების არსებობის საკმარისი პირობა p-აბსოლუტურად შეჯამებადი ოპერატორების თვალსაზრისით.

ლიტერატურა

1. Ito, K. Multiple Wiener Integral. *Journal of the Mathematical Society of Japan*, **3**, 1 (1951), 157-169.

ტრაექტორიაზე დამოკიდებული არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალების სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა

ბადრი მამფორია[1], ეკატერინე ნამგალაური[2], ომარ ფურთუხია[3]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, badrimamporia@yahoo.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
ekanamgalauri96@gmail.com
[3]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი და ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო, o.purtukhia@gmail.com

სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის თეორემის პირველი არაცხადი დამტკიცება ეკუთვნის იტოს ([1]). მოგვიანებით, დელაშერიმ (1974) მოგვცა იტოს

თეორემის ახალი მარტივი დამტკიცება ჰილბერტის სივრცის ტექნიკის გამოყენებით. ერთ-ერთი პიონერული ნაშრომი, სადაც აღწერილია ინტეგრანდი ცხადი სახით, უდაოდ ეკუთვნის კლარკს (1970). განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი იყო ჰაუსმანის (1979), ოკონეს (1984), ოკონეს და კარატზასის (1991) და კარატზასის, ოკონესა და ლის (1991) შრომები. თუ ბროუნის F ფუნქციონალი ეკუთვნის ჰილბერტის $D_{1,2}$ სივრცეს (სადაც $D_{1,2}$-ით აღნიშნულია სტოქასტური წარმოებულის მქონე კვადრატით ინტეგრებადი ფუნქციონალების სივრცე), მაშინ ოკონემ ([2]) აჩვენა, რომ კლარკის ინტეგრალური წარმოდგენის ინტეგრანდია $E[D_tF \mid \Im_t^B]$, ანუ F ფუნქციონალის სტოქასტური (მალივენის) წარმოებულის D_tF ოფციონალური პროექცია (მოგვიანებით ამ ფორმულას კლარკ-ოკონეს ფორმულა ეწოდა).

მოხსენებაში განიხილება სტოქასტურად არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალების სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხები. აღმოჩნდა, რომ ფუნქციონალის სიგლუვის მოთხოვნა შეიძლება შესუსტდეს მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინის სიგლუვის მოთხოვნამდე. ღლონტმა და ფურთუხიამ (იხ. [3]) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა ამ შემთხვევისათვის და დაადგინეს ინტეგრანდის ცხადი სახით პოვნის მეთოდი. აქ განიხილება ფუნქციონალები, რომლებიც არ აკმაყოფილებდნენ ამ შესუსტებულ პირობებსაც. განსახილველი ფუნქციონალების კლასში შედის ისეთი არაგლუვი ფუნქციონალები, რომელთათვის შეუძლებელია არა მხოლოდ კლარკ-ოკონეს ცნობილი ფორმულის ([2]), არამედ ასევე მისი ღლონტი-ფურთუხიას განზოგადების ([3]) გამოყენება. ამასთანავე, მიღებული შედეგიდან მარტივად შეიძლება მიღებულ იქნას კლარკ-ოკონეს ფორმულა გლუვი ფუნქციონალებისთვის.

ლიტერატურა

1. Ito, K. Multiple Wiener Integral. *Journal of the Mathematical Society of Japan*, **3**, 1 (1951), 157-169.
2. Ocone, D. Malliavin's calculus and stochastic integral representations of functionals of diffusion processes. *Stochastics*, **12**, 3-4 (1984), 161-185.
3. Glonti, O. and Purtukhia, O. On one integral representation of functionals of Brownian motion. *Theory of Probability & Its Applications*, **61**, 1 (2017), 133-139.

ამერიკული ოფციონის ფასდადება მრავალგანზომილებიანი ფინანსური ბაზრის მოდელში

ბესარიონ დოჭვირი[1], ზაზა ხეჩინაშვილი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, besarion.dochviri@tsu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, zaza.khechinashvili@tsu.ge

განხილულია ფინანსური (B, S) ბაზრის დისკრეტული დროის მოდელი ([1]-[3]), k რაოდენობის ობლიგაციით და ერთი რისკიანი აქტივით. შემოღებულია საპროცენტო განაკვეთი, რომელიც გამოითვლება ობლიგაციების შესაბამისი $r_1, r_2, \ldots, r_k$ საპროცენტო განაკვეთების საშუალებით. აღნიშნულ სქემაში, ამერიკული ტიპის ოფციონისთვის გამოთვლილია სამართლიანი ფასი და მიღებულია გამოსახულება ოპტიმალური გაჩერების მომენტისათვის.

ლიტერატურა

1. Dochviri, B., Khechinashvili, Z. and Bokhashvili, N. On the multidimensional financial (B, S)-market. *Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics*, **31** (2017), 39-42.
2. Melnikov, A. *Financial Markets. Stochastic Analysis and Pricing of Derivative Securities*. Moscow, 1-125, 1997.
3. Shiryaev, A. N. *Essential of Stochastic Finance. Facts, Models, Theory*. World Scientific. 1-834, 1999.

აპარამეტრულ სტატისტიკურ შეფასებათა ზოგიერთი საკითხისათვის

ტრისტან ბუაძე[1], ვაჟა გიორგაძე[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: buadzetristan@yahoo.com
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: vaja.giorgadze.1992@gmail.com

წარმოდგენილია ზოგიერთი კლასის არაპარამეტრულ სტატისტიკურ შეფასებათა ასიმტოტური ყოფაქცევის საკითხი. განხილულია მრავალგანზომილებიანი უცნობი განაწილების სიმკვირივის არაპარამეტრულ შეფასებათა ზოგიერთი თვისება და შეფასების საშუალო კვადრატული ინტეგრალური გადახრის ლაპლასის გარდაქმნის ასიმტოტური ყოფაქცევა.

შემოთავაზებული მეთოდი საშუალებას იძლევა უცნობი კოეფიციენტები ამოწერილ იქნას ზღვარით ყოფაქცევამდე, ცხადი სახით.

შემთხვევით ზომებიანი პირველი რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის შეფასება

ალექსანდრე ტყეშელაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
aleko611@mail.ru

მოყვანილია თეორემა შემთხვევითი ზომების არაწრფივი გარდაქმნისას მიღებული განაწილებების აბსოლუტურად უწყვეტობის შესახებ ზოგად ჰილბერტის სივრცეში. ამ თეორემის გამოყენებით შესწავლილია პირველი რიგის შემთხვევით ზომებიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის საშუალოს შეფასების საკითხი.

შარლის სტატისტიკური სტრუქტურების ძალდებული შეფასებების შესახებ

ზურაბ ზერაკიძე
გორის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სამართლისა და ბიზნესის ფაკულტეტი, გორი, საქართველო, zura.zerakidze@mail.ru

ჩვენ ვიკვლევთ ძალდებული შეფასებების პრობლემატიკას ([1]) შარლის სტატისტიკური სტრუქტურებისათვის და მოგვყავს აუცილებელი და საკმარისი პირობები ასეთი შეფასების არსებობისთვის.

ვთქვათ, (E,S) ზომადი სივრცეა და S-ზე მოცემულია ალბათურ ზომათა ოჯახი $\{\mu_i, i \in I\}$.

განმარტება 1. ობიექტთა ერთობლიობას $\{E, S, \mu_i, i \in I\}$ ეწოდება სტატისტიკური სტრუქტურა.

განმარტება 2. სტატისტიკურ სტრუქტურას $\{E, S, \mu_i, i \in I\}$ ეწოდება ორთოგონალური (სინგულარული), თუ μ_i და μ_j ორთოგონალურებია ყოველი $i \neq j$, $i \in I$, $j \in I$.

განმარტება 3. ვიტყვით, რომ სტატისტიკური სტრუქტურა $\{E, S, \mu_i, i \in I\}$ უშვებს $i \in I$ პარამეტრების ძალდებულ შეფასებას, თუ არსებობს ერთი მაინც ზომადი ასახვა $\delta : (E,S) \to (I, B(I))$, ისეთი რომ $\mu_i(\{x : \delta(x) = i\}) = 1$, $\forall i \in I$.

განმარტება 4. სტატისტიკურ სტრუქტურას $\{E, S, \mu_i, i \in I\}$, რომელშიც $\{\mu_i, i \in I\}$ არიან შარლის ალბათური ზომები, უწოდებენ შარლის სტატისტიკურ სტრუქტურას.

განმარტება 5. ვიტყვით, რომ შარლის ორთოგონალური სტატისტიკური სტრუქტურა $\{E, S_1, \overline{\mu}_i, i \in I\}$ უშვებს $i \in I$ პარამეტრების ძალდებულ შეფასებას, თუ არსებობს ერთი მაინც ზომადი ასახვა $\delta : (E, S_1) \to (I, B(I))$, ისეთი რომ $\overline{\mu}_i(\{x : \delta(x) = i\}) = 1$, $\forall i \in I$.

თეორემა 1. იმისათვის, რომ შარლის ორთოგონალური სტატისტიკური სტრუქტურა $\{E, S_1, \overline{\mu}_i, i \in I\}$ უშვებდეს პარამეტრების ძალდებულ შეფასებას (ZFC)&(MA) თეორიაში აუცილებელია და საკმარისი, რომ $f \to l_f$ შესაბამისობა:

$$\int_E f(x)\overline{\mu}_i(dx) = l_f(\overline{\mu}_i),\ \overline{\mu}_i \in M_B$$

იყოს ურთიერთცალსახა.

ლიტერატურა

1. Zerakidze, Z. On consistent estimators for families of probability measures. *Abstracts of the Fifth Japan-USSR Symposium on Probability Theory and Mathematical Statistics, held in Kyoto University, Japan* (1986), 62-63.

პირობითად m-დამოკიდებულ ვექტორთა მიმდევრობის ერთი მაგალითი

ზურაბ ქვათაძე[1], ბექნუ ფარჯიანი[2], ციალა ქვათაძე[3]

[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო, zurakvatadze@yahoo.com

[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი თბილისი, საქართველო, beqnufarjiani@yahoo.com

[3]ქართული პროგრამის დაწყებითი საფეხური, ევროპული სკოლა, თბილისი, საქართველო tskvatadze@gmail.com

$[0,1[$ ინტერვალზე განსაზღვრული რადემახერის ფუნქციების საშუალებით აგებულია რეგულარული სასრული მარკოვის ჯაჭვი ([1]).

$[0,1[\times[0,1[$ კვადრატზე აგებულია ამ ჯაჭვით მართვადი პირობითად m-დამოკიდებული ვექტორების $\{T_n\}_{n\ge1}$ მიმდევრობა ([2]). დადგენილია

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}[T_i - ET_i]$$

ჯამის ზღვარითი განაწილება.

ლიტერატურა

1. Doob, J. L. *Stochastic processes*. Jon Wiley & Sons Inc., New York, 1990.
2. Bokuchava, I., Kvatadze, Z., Shervashidze, T. Central Limit theorem for conditionally m-Dependent vectors controlled by a finite Markov chain. *Proceeding of 4th Iranian International Statistics Conference*. (1998), 249-260.

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

ხელმძღვანელები – თეიმურაზ დავითაშვილი, თამაზ ვაშაყმაძე, ჯემალ როგავა
თანახელმძღვანელი – არჩილ პაპუკაშვილი

მექანიკის ზოგად პრინციპზე დაფუძნებული ექსპერიმენტულ-ანალიტიკური მეთოდი, მიწისძვრისას არსებული შენობის ქცევის შესასწავლად

გურამ გაბრიჩიძე
საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნულიო აკადემია, gabrichgur@gmail.com

ბოლო წლებში მსოფლიოს სეისმურად აქტიურ რეგიონებში გამრავლდა მაღლივი და ზემაღლივი შენობების რაოდენობა, რასაც თანა სდევს ასეთი შენობების დაპროექტების ნორმატული დოკუმენტების შემუშავება სხვადასხვა ქვეყნებში. ცნობილი ავტორიტეტები მიიჩნევენ, რომ ძველ ნორმატულ დოკუმენტებზე დაყრდნობით არ შეიძლება მაღლივი შენობების დაპროექტება. უნდა შეიქმნას მაღლივი შენობების დაპროექტების სპეციალური ნორმები. თუ ამ მოსაზრებას დავეთანხმებით, უნდა ითქვას, რომ მსოფლიოს სეისმურად აქტიური რეგიონები გადაქცეულია ექსპერიმენტულ პოლიგონებად, სადაც მრავალი მაღლივი შენობა რეალური მიწისძვრით გამოცდას ელოდება. ამ პირობებში აქტუალობას იძენს მოსაზრება, რომ არ დაველოდოთ მიწისძვრებს და არსებული მაღლივი შენობების ქცევა მიწისძვრისას შეფასებულ იქნას ექსპერიმენტული გზით.

მოხსენებაში აღწერილია ექსერიმენტულ-ანალიტიკული მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა მარტივი ექსპერიმენტების ჩატარების გზით განისაზღვროს არსებული შენობის ქცევა ნებისმიერი ხასიათის სეისმური ტალღის გავლისას ნაგებობის ფუძეში. დეტალური შესწავლის გარეშე ხდება ნაგებობის რეალური კონსტრუქციული სქემის, ნაგებობის ჩაქრობის დეკრემენტის, გამოყენებული მასალების დეფორმაციული თვისებების და სხვა ფიზიკური მახასიათებლების გათვალისწინება. მეთოდი დაფუძნებულია მექანიკაში ცნობილ მუშაობათა ურთიერთობის პრინციპებზე.

ატმოსფეროს ერთი ეკოლოგიური რიცხვითი მოდელის შესახებ

გიორგი გელაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
givi-geladze@rambler.ru

შექმნილია ატმოსფეროს მეზოსასაზღვრო ფენაში ღრუბლისა და ნისლის გენეზისის სრული ციკლის რიცხვითი მოდელი.

შექმნილია ატმოსფეროს მეზოსასაზღვრო ფენაში წერტილოვანი მეყსეული წყაროდან აეროზოლის გავრცელების რიცხვითი მოდელი.

ამ ორი მოდელის სინთეზისა და „ზედდების" საფუძველზე მოდელირებულია სმოგის წარმოქმნა.

ცვლადოპერატორიანი ევოლუციური განტოლებისათვის ოთხშრიანი ნახევრადდისკრეტული სქემის გახლეჩვა ორშრიან სქემებად

დავით გულუა[1], ჯემალ როგავა[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო, d_gulua@gtu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის რიცხვითი ანალიზის და გამოთვლითი ტექნოლოგიების კათედრა და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო, jemal.rogava@tsu.ge.

H ჰილბერტის სივრცეში განხილულია შემდეგი ევოლუციური ამოცანა:

$$\frac{du(t)}{dt} + Au(t) = f(t), \quad t \in]0,T], \tag{1}$$

$$u(0) = u_0, \tag{2}$$

სადაც $A(t)$ თვითშეუღლებული და დადებითად განსაზღვრული ოპერატორია $D(A)$ განსაზღვრის არით, რომელიც მკვრივია H-ში; $f(t)$ უწყვეტი და უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციაა მნიშვნელობებით H-დან; $u_0 \in D(A)$.

$[0,T]$-ზეშემოვიღოთ ბადე $t_k = k\tau$, $k = 0,1,\ldots,n$, $\tau = T/n$. თუ მოვახდენთ პირველი რიგის წარმოებულის აპროქსიმაციას არაცხადი ოთხშრიანი სქემით და გამოვიყენებთ შეშფოთებათა ალგორითმს (იხ.[1]), მაშინ მივიღებთ შემდეგ განტოლებათა სისტემას:

$$\frac{u_k^{(0)} - u_{k-1}^{(0)}}{\tau} + A_k u_k^{(0)} = f_k, \qquad f_k = f(t_k), \quad u_0^{(0)} = u_0, \quad k = 1,\ldots,n,$$

$$\frac{u_k^{(1)} - u_{k-1}^{(1)}}{\tau} + A_k u_k^{(1)} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta^2 u_{k-2}^{(0)}}{\tau^2}, \qquad k = 2,\ldots,n,$$

$$\frac{u_k^{(2)}-u_{k-1}^{(2)}}{\tau}+A_k u_k^{(2)}=-\frac{1}{2}\frac{\Delta^2 u_{k-2}^{(1)}}{\tau^2}-\frac{1}{3}\frac{\Delta^3 u_{k-3}^{(0)}}{\tau^3}, \qquad k=3,\ldots,n,$$

სადაც $A_k=A(t_k)$, $\Delta_k^{(0)}=u_{k+1}^{(0)}-u_k^{(0)}$. შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნა $v_k=u_k^{(0)}+\tau u_k^{(1)}+\tau^2 u_k^{(2)}$, $k=3,\ldots,n.$ გამოვაცხადოთ v_k (1), (2) ამოცანის მიახლოებით ამონახსნად $t=t_k$ წერტილში, $v(t_k)\approx v_k$. ადგილი აქვს შემდეგ თეორემას.

თეორემა. ვთქვათ $A(t)$ თვითშეუღლებული და დადებითად განსაზღვრული ოპერატორია $D(A)$ განსაზღვრის არით, რომელიც მკვრივია H-ში, ამასთან შესრულებულია შემდეგი პირობა:

$$\left\|(A(t')-A(t''))A^{-1}(s)\right\|\le c\left|t'-t''\right|, \qquad \forall s,t',t''\in[0,T], \quad c=const>0,$$

მაშინ მართებულია შემდეგი შეფასება: $\|u(t_k)-v_k\|=O(\tau^3)$, $k=3,\ldots,n$, თუ (1), (2) ამოცანის ამონახსნი საკმარისად გლუვია და $\|u(t_k)-v_k\|=O(\tau^3)$, $k=1,2$.

ლიტერატურა

1. Agoshkov, V. I., Gulua, D. V. The perturbation algorithm for finite-dimensional approximation of problems (in Russian). *OVM AN SSSR, Moscow*, (1990).

ევოლუციური ამოცანის არაცხადი სხვაობიანი სქემების რეალიზაციის შეშფოთებათა ალგორითმის გაპარალელება

ეკატერინე გულუა
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო, e.gulua@gtu.ge

განვიხილოთ შემდეგი ევოლუციური ამოცანა:

$$\frac{du(t)}{dt}+Au(t)=f(t), \quad t\in\left]0,T\right], \quad u(0)=u_0, \tag{1}$$

სადაც A ოპერატორი და ამოცანაში მოცემული ფუნქციები უზრუნველყოფენ ამონახსნის არსებობასა და ერთადერთობას. შემოვიღოთ $[0,T]$ სეგმენტზე ბადე $t_k=k\tau$, $k=0,1,\ldots,n$, $\tau=T/n$ ბიჯით. თუ მოვახდენთ პირველი წარმოებულის სამშრიანი არაცხადი სქემით აპროქსიმაციას და გამოვიყენებთ შეშფოთებათა ალგორითმს [1], მაშინ შეგვიძლია ავაგოთ (1) ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნი $v_k=u_k^{(0)}+\frac{\tau}{2}u_k^{(1)}$, $k=2,\ldots,n,$ სადაც $u_k^{(0)}$ და $u_k^{(1)}$ განსაზღვრულია, შესაბამისად, განტოლებათა სისტემებიდან:

$$\frac{u_k^{(0)}-u_{k-1}^{(0)}}{\tau}+Au_k^{(0)}=f_k, \qquad f_k=f(t_k) \tag{2}$$

$$\frac{u_k^{(1)} - u_{k-1}^{(1)}}{\tau} + Au_k^{(1)} = -\left(\frac{u_k^{(0)} - 2u_{k-1}^{(0)} + u_{k-2}^{(0)}}{\tau^2}\right). \tag{3}$$

მტკიცდება, რომ ადგილი აქვს შეფასებას $\|u(t_k) - v_k\| = O(\tau^2)$. (3) განტოლებიდან ჩანს, რომ:

$$u_2^{(1)} = g(u_1^{(1)}, u_0^{(0)}, u_1^{(0)}, u_2^{(0)}),\ u_3^{(1)} = g(u_2^{(1)}, u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, u_3^{(0)}), ...,\ u_n^{(1)} = g(u_{n-1}^{(1)}, u_{n-2}^{(0)}, u_{n-1}^{(0)}, u_n^{(0)}).$$

ანუ $u_2^{(1)}$-ის გამოსათვლელად საკმარისია მხოლოდ $u_1^{(1)}, u_0^{(0)}, u_1^{(0)}, u_2^{(0)}$ სიდიდეების ცოდნა (და არა მთლიანად $u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, u_3^{(0)}, ..., u_n^{(0)}$ სიდიდეების), შესაბამისად, $u_3^{(1)}$-ის გამოსათვლელად საკმარისია მხოლოდ $u_2^{(1)}, u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, u_3^{(0)}$ და ა.შ. რას შეეხება v_k გამოთვლას. v_2-ის გამოთვლა შესაძლებელია უშუალოდ $u_2^{(0)}$-ისა და $u_2^{(1)}$-ის განსაზღვრის შემდეგ, v_3-ის კი უშუალოდ $u_3^{(0)}$-ისა და $u_3^{(1)}$-ის გამოთვლის შემდეგ და ა.შ. მოყვანილი მსჯელობიდან გამომდინარე, შესაძლებელი ხდება სამშრიანი ნახევრადისკრეტული სქემის რეალიზაციის შეშფოთებათა ალგორითმის გაპარალელება ((2) და (3) განტოლებების პარალელურ რეჟიმში გათვლა).

ანალოგიურად, შეშფოთებათა ალგორითმის გამოყენებოთ, აგებულია ოთხშრიანი სქემის რეალიზაციის პარალელური ალგორითმი.

ლიტერატურა

1. Agoshkov, V. I., Gulua, D. V. The perturbation algorithm for finite-dimensional approximation of problems (in Russian). *OVM AN SSSR, Moscow*, (1990).

რეგიონული კლიმატური ექსტრემუმების მოდელირება, დაფუძნებული სტატისტიკური და დინამიკური შემცირების მეთოდებზე

თ. დავითაშვილი[1], ლ. მეგრელიძე[2], მ. შარიქაძე[1]

[1] ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
tedavitashvili@gmail.com, meri.sharikadze@tsu.ge

[2] საქართველოს გარემოს დაცვისა და სოფლის მეურნეობის სამინისტრო, გარემოს ეროვნული სააგენტო, თბილისი, საქართველო, megrelidze22@gmail.com

რეგიონალური მასშტაბით ამჟამინდელი კლიმატური პირობების დახასიათება და მომავალი კლიმატის პროგნოზი უკიდურესად რთული ამოცანაა, რადგან იგი მოიცავს დამატებით სირთულეებსა და გაურკვევლობებს, გლობალური კლიმატური მოდელების (GCM) კლიმატური პარამეტრების სივრცითი მასშტაბის შემცირებისას. GCM– ების მიერ სიმულირებული კლიმატური ცვლადების სივრცული შემცირება კონტინენტურიდან რეგიონალურ მასშტაბამდე წარმოებს სტატისტიკური შემცირების (SD) ან დინამიური შემცირების (DD) ტექნიკის გამოყენებით [1]. უმეტეს

კვლევებში არსებობს ხარვეზი, რომლებიც სწავლობენ სკალირების შედეგების გაურკვევლობის შეფასებას სხვადასხვა სტატისტიკური მეთოდით და აგრეთვე სხვადასხვა GCM და SD მეთოდებიდან ანსამბლების შექმნას, საქართველოს სხვსდსხვა რეგიონებში [2].

ამ სტატიაში გამოკვლეულია კლიმატის ცვლილების პარამეტრი, როგორიცაა ტემპერატურა, SD და DD მეთოდებით (მაგრამ აქცენტით SD– ზე), კერძოდ, CMIP5 მონაცემთა ბაზის სამი GCM– დან საქართველოს ტერიტორიისთვის ჰაერის ტემპერატურის ყოველთვიური ექსტრემუმების შემცირება ხდება RCMES პაკეტის ოთხი განსხვავებული მეთოდის გამოყენებით. ექსტრემუმების მნიშვნელობათა შემცირების მეთოდები გამოცდილ იქნა 1961–1985 წლების პერიოდისთვის და გადამოწმდა 1986-2010 წლების პერიოდისთვის. შემდგომ შემცირების მოდელი გამოყენებულ იქნა მომავალი ექსტრემალური დროითი სერიების პროგნოზირებისთვის 2021-2070 წლებისთვის, RCP4.5 და RCP8.5 სცენარების მიხედვით. კლიმატის ცვლილების ძირითადი პარამეტრების შესწავლამ სტატისტიკური შემცირებით აჩვენა, რომ ყველა მეთოდს გააჩნდა გარკვეული უპირატესობები და უარყოფითი მხარეები დროითი და სივრცული მასშტაბებით.

მადლობა. კვლევა დაფინანსდა შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით N FR17_548.

ლიტერატურა

1. Stocker, T. F., *Climate Change 2013: The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change.* Cambridge University Press, 2014.
2. Davitashvili, T., Kutaladze, N., Kvatadze, R., Mikuchadze, G. Effect of dust aerosols in forming the regional climate of Georgia. *Scalable Computing: Practice and Experience*, **19**, 2 (2018), 199–208.

ზოგიერთი რიცხვითი სქემის შესახებ ბიჰარმონიული ოპერატორისათვის

თამაზ ვაშაყმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
tamazvashakmadze@gmail.com

განხილულია ბიჰარმონიული განტოლებისათვის დირიხლეს ამოცანის შემთხვევაში კრებადი სხვაობიანი სქემების შექმნისა და რიცხვითი რეალიზაციის საკითხი, მიახლოებითი ამონახსნის ასაგებად საჭირო არითმეტიკულ ოპერაციათა რიცხვის რიგის შეფასებით მრავალგანზომილებიანი ($n \geq 2$) კუბისათვის.

ზახაროვ-კუზნეცოვის გვარის არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი განტოლების ზუსტი ამონახსნის შესახებ

დავით კალაძე[1], ლუბა წამალაშვილი[1], დიმიტრი ჯავრიშვილი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
datokala@yahoo.com, luba_tsamal@yahoo.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
DimaFiz@yahoo.com

სპეციალური ექსპონენტური ფუნქციის მეთოდის [1] გამოყენებით მიღებულია (2+1)D განზომილების ზახაროვ-კუზნეცოვის გვარის არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი განტოლების მორბენალი ტალღის სახის ზუსტი ამონახსნები. ნაჩვენებია, რომ ასეთ ამონახსნებს, რომლებიც გამოისახება ჰიპერბოლური, ტრიგონომეტრიული, ექსპონენტური და რაციონალური ფუნქციებით აქვს სივრცულად იზოლირებული სტრუქტურული (სოლიტონის მსგავსი) ფორმა. ჩატარებულია ადრე მიღებული ამონახსნების რევიზია.

ლიტერატურა

1. Tsamalashvili, L. Special exp-function method for traveling wave solutions of Burger’s equation. *Reports of Enlarged sessions of the seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **30** (2016), 106-109.

სტატიკური ძელის ამოცანის ამოხსნის ერთი მეთოდის შესახებ

ნიკოლოზ კაჭახიძე[1], ჯემალ ფერაძე[2], ზვიად წიკლაური[1]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
n.kachakhidze@gtu.ge, zviad_tsiklauri@yahoo.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
j_peradze@yahoo.com

ნაშრომში ვარიაციულ-იტერაციული მეთოდის საშუალებით ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანა

$$u''''(x) - a\left(\int_0^L u'^2(x)\,dx\right)u''(x) = f(x), \quad 0 < x < L,$$
$$a(\lambda) \geq \text{const} > 0, \quad 0 \leq \lambda < \infty,$$
$$u(0) = u(L) = 0, \quad u''(0) = u''(L) = 0,$$

რომელიც აღწერს ძელის სტაციონარულ მდგომარეობას. მოცემული განტოლება არის კირხჰოფის [1] ტიპის. ამ განტოლების და მისი გარკვეული მოდიფიკაციების სხვადასხვა გამოთვლითი ასპექტები შესწავლილია მთელ რიგ შრომებში [2-6].

წარმოდგენილ ნაშრომში შეფასებულია შემოთავაზებული მეთოდის სიზუსტე და მისი ეფექტურობა შემოწმებულია მაგალითზე.

ლიტერატურა

1. Kirchhoff, G. *Vorlesungen Über Mathematische Physik. I. Mechanik*, Teubner, Leipzig, 1876.
2. Berikelashvili, G., Papukashvili, A., Peradze, J. Iterative solution of a nonlinear static beam equation. *Ukr. Math. J.*, **72** (2021), 1185-1196.
3. Dang, Q. A., Luan, V.T. Existence results and iterative methods for solving a nonlocal fourth order boundary value problem. *J. Math. Appl.*, **14,** 2 (2016), 63-78.
4. Dang, Q.A., Nguyen, T.H. Existence results and iterative method for solving a nonlinear biharmonic equation of Kirchhoff type. *Comput. Math. Appl.*, **76** (2018).
5. Kachakhidze, N., Khomeriki, N., Peradze, J., Tsiklauri, Z. Chipot's method for a one-dimensional Kirchhoff static equation. *Numerical Algorithms*, **73,** 4 (2016), 1091-1106.
6. Ren, Q., Tian, H. Numerical solution of the static beam problem by Bernoulli collocation method. *Appl. Math. Model.*, **40,** 21-22 (2016), 8886-8897.

ბზარით შესუსტებული შედგენილი იზოტროპიული სიბრტყისთვის დრეკადობის თეორიის ანტიბრტყელი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა დისკრეტულ განსაკუთრებულობათა მეთოდით

არჩილ პაპუკაშვილი[1], ზურაბ ვაშაკიძე[2], მერი შარიქაძე[1]

[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
archil.papukashvili@tsu.ge, meri.sharikadze@tsu.ge

[2]საქართველოს უნივერსიტეტის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა,
თბილისი, საქართველო, zurab.vashakidze@gmail.com

დრეკადობის თეორიის ანტიბრტყელი ამოცანები ბზარით შესუსტებული შედგენილი (უბნობრივ ერთგვაროვანი) ორთოტროპული (კერძო შემთხვევებში, იზოტროპული) სიბრტყისთვის, როდესაც ბზარი კვეთს ან აღწევს გამყოფ საზღვარს მართი კუთხით, შესწავლილია ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდით. როდესაც ბზარი აღწევს გამყოფ საზღვარს, ამოცანა მიიყვანება უძრავი განსაკუთრებულობის შემცველ სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე, ხოლო როდესაც ბზარი კვეთს გამყოფ საზღვარს - უძრავი განსაკუთრებულობის შემცველ სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემაზე (წყვილზე) ბზარის გახსნის მახასიათებელი ფუნქციების მიმართ. შესწავლილია ამონახსნების ყოფაქცევის საკითხები (იხ. [1], [2]). წარმოდგენილ მოხსენებაში აგებულია ზემოაღნიშნული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ახალი სათვლელი ალგორითმები კოლოკაციის (კერძოდ დისკრეტულ

განსაკუთრებულობათა) მეთოდით ([3]). ალგორითმები რეალიზებულია კონკრეტული პრაქტიკული ამოცანების შემთხვევაში. ბზარზე სხვადასხვა სიდიდის დატვირთვების შემთხვევაში გამოთვლილია დაძაბულობის ინტენსიურობის კოეფიციენტები ბზარის ბოლოებში, რაც შესაძლებელს ხდის გაკეთდეს ბზარის გავრცელების შესახებ ჰიპოთეტური პროგნოზი.

ლიტერატურა

1. Papukashvili, A., Antiplane problems of theory of elasticity for piecewise-homogeneous orthotropic plane slackened with cracks. *Bulletin of the Georgian Academy of Sciences*, **169**, 2 (2004), 267-270.
2. Papukashvili, A., Davitashvili, T., Vashakidze, Z. Approximate solution of anti-plane problem of elasticity theory for composite bodies weakened by cracks by integral equation method. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, **9**, 3 (2015), 50-57.
3. Belotserkovski, S.M., Lifanov, I.K. *Numerical Methods In The Singular Integral Equations And Their Application In Aerodynamics, The Elasticity Theory*, Electrodynamics. Moscov, "Nauka", (in Russian), 1985, 256.

პირდაპირი გამოთვლითი მეთოდების გამოყენება კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების ამოხსნისათვის

ჯემალ სანიკიძე, მურმან კუბლაშვილი, მანანა მირიანაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
j_sanikidze@yahoo.com, mkublashvili@mail.ru
pikriag@yahoo.com

განიხილება გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნასთან მიმართებით კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებთან დაკავშირებული ზოგიერთი კვადრატურული პროცესი. სახელდობრ, მნიშვნელოვანი ყურადღება ეთმობა მააპროქსიმირებელი სქემის სიზუსტესა და სიმარტივეს, რომლებიც უკავშირდება შესაბამის აპროქსიმაციაზე დაფუძნებულ სასაზღვრო ინტეგრალურ ამოცანებს.

გაუმჯობესებულია კრებადობის რიგისა და სტრუქტურის თვალსაზრისით [1], [2]-ში მოყვანილი შედეგები. აგებულია წონიანი სინგულარული ინტეგრალებისთვის მაღალი სიზუსტის მარტივი სტრუქტურის კვადრატურული ფორმულები მუდმივი და ტოლი კოეფიციენტებით, რითაც უმჯობესდება [3], [4]-ში მოყვანილი შედეგები.

ლიტერატურა

1. Belotserkovski, S.M., Lifanov, I.K. *Numerical Methods in Singular Integral Equations and Their Application to Aerodynamics, Theory of Elasticity, Electrodynamics*. Nauka, Moscow, (in Russian), 1985.

2. Sanikidze, J.G., Ninidze, K.R. On discrete vortices type computational schemes with higher accuracy for the numerical solution of some classes of the singular integral equations. *Tbilisi International Conferenceon Computer Science and Applied Mathematics. Tbilisi, Georgia* (2015), 271-273.
3. Sanikidze, J.G., Khubejashvili, Sh. S., Mirianashvili, M.G., Machavariani, A.I., Emelyanenko, G.A. On numerical solution of lippman-schwinger singular integral equations, *Bull. Academy of Sci. of GSSR*, **140**, 2 (1990), 261-263.
4. Berezin I.S., Zhidkov, N.P. *Calculation Methods*. V.I. Moscow, (in Russian), 1959.

არაერთგვაროვან გრავიტირებად გაზურ სხეულებში ფეთქებადი პროცესების მათემატიკური მოდელირება

თემურ ჩილაჩავა, ნატო კაკულია
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
temo_chilachava@yahoo.com, natokakulia96@gmail.com

გრავიტირებად გაზურ სხეულებში ფეთქებადი პროცესების მათემატიკური მოდელირება ასტროფიზიკის ერთ-ერთი აქტუალური პრობლემაა [1 - 6]. მოხსენებაში განხილულია არაავტომოდელური ამოცანა სიცარიელესთან მოსაზღვრე არაერთგვაროვანი გაზური სხეულის (ვარსკვლავი) ცენტრალური აფეთქების შესახებ, რომელიც იმყოფება წონასწორობაში საკუთარ გრავიტაციულ ველში. ამოცანის ამოხსნისათვის გამოყენებულია თხელი დარტყმითი ფენის ასიმპტოტური მეთოდი. ამოცანის ამონახსნი დარტყმითი ტალღის (პირველი გვარის წყვეტის ზედაპირი) უკანა მიდამოში იძებნება მცირე პარამეტრით სინგულარული ასიმპტოტური დაშლის სახით. ანალიზურად ზუსტად ნაპოვნია გარემოს მოძრაობის კანონისა და თერმოდინამიკური მაჩვენებლების ძირითადი (ნულოვანი) მიახლოება. კოშის ამოცანა დარტყმითი ტალღის კანონის ნულოვანი მიახლოებისათვის ნაპოვნია ანალიზურად, პირველი და მეორე გვარის ელიფსური ინტეგრალების სახით. დადგენილია შესაბამისი ასიმპტოტიკები.

ლიტერატურა

1. Sedov, L.I. *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*. CRC Press, 1993, 496.
2. Chilachava, T. A central explosion in an inhomogeneous sphere in equilibrium in its owngravitational field. *Fluid Dynamics*, **23**, 3 (1988), 472-477.
3. Chilachava, T. On the asymptotic method of solution of one class of gravitation theory nonlinear problems. *Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **11**, 3 (1996), 18-26.
4. Chilachava, T. On the solution of one nonlinear problem of mathematical physics. *Reports of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathem.*, **23 (**1997), 1-9.
5. Chilachava, T. On the asymptotic method of solution of one class of nonlinear mixed problems of mathematical physics. *Bulletin of Georgian Academy of Sciences*, **157**, 3 (1998), 373-377.
6. Chilachava, T. On the asymptotic method of solution of one class of astrophysic problems. *Applied Mathematics and Informatic*, **4**, 2 (1999), 54-66.

მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ერთი ამოცანის შესახებ

გიორგი ჭელიძე[1], მიხეილ ნიკოლეიშვილი[2], ვაჟა ტარიელაძე[3]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
giorgi.chelidze@kiu.edu.ge, g.chelidze@mail.ru
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს საზოგადოებრივ საქმეთა ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
mikheilnikoleishvili@gmail.com
[3]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
v.tarieladze@gtu.ge, vajatarieladze@yahoo.com

ვთქვათ $L > n > 1$ ნატურალური რიცხვებია და x_i, k_i, s_i არაუარყოფითი მთელი რიცხვებია. ვიპოვოთ შემდეგი ნამრავლის

$$\prod_1^n (x_i + s_i)$$

მაქსიმუმი შეზღუდვებში:

$$\sum_1^n x_i = L, \qquad x_i \ge k_i,\ i = 1,2,...,n.$$

მოხსენება ეფუძნება ხელნაწერს: George Chelidze, Mikheil Nikoleishvili, Vaja Tarieladze : On Am- Gm Inequality And General Problems Of Maximization Of Products, 2020.

მადლობა. მოხსენების მესამე თანაავტორი ნაწილობრივ მხარდაჭერილია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ [DI-18-1429].

სტოქსის სამგანზომილებიანი დინების შესახებ ცილინდრულ და პრიზმატულ მილებში

ნინო ხატიაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ninakhatia@gmail.com

ცნობილია, რომ რეინოლდსის მცირე რიცხვის შემთხვევაში ნავიე-სტოქსის არაწრფივი განტოლება მიიყვანება სტოქსის წრფივ განტოლებათა სისტემაზე.

მოხსენებაში განხილულია სტოქსის არასტაციონალური სამგანზომილებიანი დინება ცილინდრულ და პრიზმულ უსასრულო არეებში შესაბამისი საწყისი და სასაზღვრო პირობებით. დაშვებულია, რომ წნევა შეიძლება იმართოს. ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდით ამოცანა დაიყვანება ექვივალენტურ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემაზე სუსტი სინგულარობის გულით. დამტკიცებულია, რომ თუ წნევა დროზე ექსპონენციალურადაა დამოკიდებული, მაშინ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა არსებობს და ერთადერთია, თუ ექსპონენტაში შემავალი მაჩვენებელი აკმაყოფილებს გარკვეულ პირობებს. მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით მიღებულია ზუსტი ამოხსნები. განხილულია რამდენიმე მაგალითი.

აგებულია სტოქსის არასტაციონარული სამგანზომილებიანი სისტემის ამონახსნი ცილინდრულ და პრიზმულ უსასრულო მილებში, რომელთა ჰორიზონტალური კვეთა წარმოადგენს ცალადბმულ არეს, რომლის საზღვარი ნებისმიერი უბან-უბან გლუვი შეკრული წირია. ღერძ-სიმეტრიული შემთხვევები განხილულია ნაშრომებში [1-4].

ლიტერატურა

1. Giga, Y. Bounded H-calculus for the hydrostatic Stokes operator on Lp spaces and applications. *Proc. Am. Math. Soc.* N. 145, (2017), 3865-3876.
2. Kirby, B.J. *Micro- and Nanoscale Fluid Mechanics: Transport in Microfluidic Devices*. Cambridge University Press, 2010.
3. Khatiashvili, N., Pirumova, K., Janjgava, D. On the Stokes flow over ellipsoidal type bodies, *Lecture Notes in Engineering and Computer Science,* 1.WCE, London, (2013), 148-151.
4. Khatiashvili, N., Pirumova, K., Janjgava, D. On some effective solutions of Stokes axisymmetric equation for a viscous fluid, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, ISSUE 79, London, (2013), 690-694.

სხვაობიანი სქემების კრებადობის კრიტერიუმის შესახებ ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისთვის ზოგადი სასაზღვრო ამოცანისთვის

მალხაზ აშორდია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

ashord@rmi.ge, malkhaz.ashordia@tsu.ge

განხილულია ზოგადი სახის წრფივი სასაზღვრო ამოცანა

$$\frac{dx}{dt} = P(t)x + q(t), \quad t \in [a,b],$$

$$l(x) = c_o,$$

სადაც $P:[a,b]\to R^{n\times n}$ და $q:[a,b]\to R^n$, შესაბამისად, ინტეგრებადი მატრიცული და ვექტორული ფუნქციებია, l არის წრფივი შემოსაზღვრული ოპერატორი უწყვეტ ვექტორულ ფუნქციათა სივრციდან R^n-ში, ხოლო $c_0\in R^n$.

ვთქვათ, x_0 არის ამ ამოცანის ერთადერთი ამონახსნი.

ამ სასაზღვრო ამოცანის პარალელურად განხილულია სხვაობიან სასაზღვრო ამოცანათა მიმდევრობა

$$\Delta y(k-1)=G_{1m}(k)y(k)+G_{2m}(k-1)y(k-1)+g_{1m}(k)+g_{2m}(k-1),\ (k=1,...,m),$$

$$L_m(y)=\gamma_m,\ \ (m=1,2,...),$$

სადაც G_{1m},G_{2m} და g_{1m},g_{2m}, შესაბამისად, დისკრეტული არგუმენტის მატრიცული და ვექტორული ფუნქციებია, L_m არის წრფივი შემოსაზღვრული ოპერატორი, ხოლო $\gamma_m\in R^n$.

დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფს სხვაობიანი სასაზღვრო ამოცანების ცალსახად ამოხსნადობასა და ამ ამონახსნების კრებადობას კლასიკური აზრით x_0-კენ, როცა $m\to\infty$.

გარდა ამისა, დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფს აღნიშნული სხვაობიანი სქემის მდგრადობას.

შესაბამისი დებულებები დამტკიცებულია [1] ნაშრომში.

ლიტერატურა

1. Ashordia, M. The general boundary value problems for linear systems of generalized ordinary differential equations, linear impulsive differential and ordinary differential systems. Numerical Solvability. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.*, **81** (2020), 1-184.

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

ხელმძღვანელები – თენგიზ მეუნარგია, გიორგი ჯაიანი
თანახელმძღვანელი – ნატალია ჩინჩალაძე

ფენოვანი გოფრირებული ცილინდრული გარსის ზედაპირული ძალისა და ტემპერატურული ველის ზეგავლენით გამოწვეული დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი განსხვავებული თეორიების საფუძველზე

ედისონ აბრამიძე, ელენე აბრამიძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Edisoni.abramidze@mail.ru, el.abramidze@mail.ru

განიხილება ზედაპირული ძალისა და ტემპერატურული ველის ზეგავლენით გამოწვეული ფენოვანი გოფრირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი განსხვავებული თეორიების საფუძველზე. განხილული თეორიები აგებულია ტეხილთა ჰიპოთეზის გათვალისწინების საფუძველზე, როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციის შემთხვევაში.

მოყვანილია გოფრირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაციის კერძო მაგალითი. ამ მაგალითში განიხილება კიდურებით ხისტად ჩამაგრებული ორთოტროპული სამფენოვანი გოფრირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაცია მასზედ ნორმალური ზედაპირული ძალისა და ტემპერატურული ველის ზემოქმედების შემთხვევაში.

განსხვავებული თეორიების საფუძველზე ჩატარებულია მოყვანილი მაგალითის რიცხვითი რეალიზაცია. მიღებული რიცხვითი შედეგების შედარება იძლევა ფენოვანი გოფრირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაციის პროცესის შეფასების საშუალებას.

ლორდ-შულმანის თეორიის ფარგლებში თერმოდრეკადი ძელების ერთგანზომილებიანი მოდელები

გია ავალიშვილი[1], მარიამ ავალიშვილი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, gavalish@yahoo.com
[2]საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო, mavalish@yahoo.com

მოხსენებაში განხილულია არაკლასიკური თერმოდრეკადობის თეორიის ლორდ-შულმანის დინამიკური სამგანზომილებიანი მოდელი [1] ცვალებადი მართკუთხოვანი კვეთის მქონე ძელისათვის, რომლის სისქე ან სიგანე შეიძლება ნულის ტოლი იყოს ძელის ერთ-ერთ ბოლოზე. ძელის დადებითი ფართის მქონე ბოლო ჩამაგრებულია და მასზე ტემპერატურა ნულის ტოლია, ხოლო ძელის საზღვრის დანარჩენ ნაწილზე მოცემულია ზედაპირული ძალის სიმკვრივე და ნორმალის გასწვრივ სითბოს ნაკადის მნიშვნელობა. ვარიაციული მიდგომის გამოყენებით სამგანზომილებიანი მოდელი დაყვანილია ერთგანზომილებიანი მოდელების იერარქიაზე. მიღებული ერთგანზომილებიანი მოდელების შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო ამოცანები გამოკვლეულია სათანადო ვექტორული მნიშვნელობების მქონე განაწილებათა სივრცეებში მნიშვნელობებით წონიან ფუნქციათა სივრცეებში. ამავე დროს, დამტკიცებულია რედუცირებული ერთგანზომილებიანი ამოცანების ამონახსნებიდან აღდგენილი სამი სივრცითი ცვლადის ვექტორ-ფუნქციების მიმდევრობის დროითი ცვლადის მიმართ წერტილოვანი კრებადობა საწყისი სამგანზომილებიანი ამოცანის ამონახსნისაკენ და დამატებით პირობებში მიღებულია კრებადობის რიგის შეფასება.

ლიტერატურა

1. Lord, H.W., Shulman, Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, **15** (1967), 229-309.

დრეკადობის თეორიის დირიხლეს ტიპის სასაზღვრო ამოცანის ცხადი ამონახსნი ფოროვანი სფერული ფენისათვის

ლამარა ბიწაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
lamara.bitsadze@gmail.com

ვთქვათ D არე წარმოადგენს R_1 და R_2 რადიუსების მქონე სფერული ზედაპირებით შემოსაზღვრულ ფოროვან სხეულს $\{D : R_1 < |\mathbf{x}| < R_2\}$. S_i $(i = 1,2)$ აღნიშ-

ნულია R_i რადიუსიანი სფერული ზედაპირები ცენტრით კოორდინატთა სათავეში, $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3) \in D.$

წარმოდგენილ მოხსენებაში განხილულია დრეკადობის ბმული თეორიის კვაზისტატიკის განტოლებათა სისტემა, რომელიც გამოსახულია გადაადგილების ვექტორის, ფორების მოცულობითი ნაწილის ცვლილებების და სითხის წნევის ცვლილებებით ფორების ქსელში [1]

$$\begin{aligned} &\mu\Delta\mathbf{u} + (\lambda+\mu)\,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\mathbf{u}) + \mathrm{grad}(b\varphi - \beta\, p) = 0,\\ &(\alpha\,\Delta - \alpha_1)\varphi - b\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} + mp = 0, \\ &(k\,\Delta + i\omega\, a)\, p + i\omega\beta\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} + i\omega\, m\,\varphi = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

(1) განტოლებათა სისტემის ანალიზური ამონახსნი $\mathbf{U} = (\mathbf{u}, \varphi, p\}$ წარმოდგენილია ელემენტარული (ჰარმონიული, ორი მეტა-ჰარმონიული და ბი-ჰარმონიული) ფუნქციების საშუალებით.

მოხსენებაში განხილულია დრეკადობის ბმული თეორიის კვაზისტატიკის დირიხლეს ტიპის სასაზღვრო ამოცანა, როდესაც D არის S_i $(i = 1,2)$ საზღვარზე მოცემულია გადაადგილების ვექტორის ზღვრული მნიშვნელობა, ფორების მოცულობითი ნაწილის ცვლილებები და სითხის წნევის ცვლილებები ფორების ქსელში. ამონახსნები წარმოდგენილია ცხადი სახით, აბსოლუტურად და თანაბრად კრებადი მწკრივების საშუალებით.

ლიტერატურა

1. Svanadze M. Steady vibration problems in the coupled linear theory of porous elastic solids. *Math. and Mech. of solids*, **25**, 3 (2000), 768-790.

პირეულებზე სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების შესახებ ფირფიტებისათვის

იუსუპ გულვერი[1], თამაზ ვაშაყმაძე[2]
[1]საინჟინრო ფაკულტეტი, პირი რეისის უნივერსიტეტი, სტამბოლი, თურქეთი
yfgulver@pirireis.edu.tr
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო, tamazvashakmadze@gmail.com

მოხსენება ეძღვნება დაზუსტებული თეორიებისათვის ([1],[2]) პირით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების საკითხს დრეკადი ფირფიტების შემთხვევაში.

ლიტერატურა

1. Vekua, I.N. *Shell Theory: General Methods for Contruction*. Pitman Advance, Publ. Prog.Berlin-London-Montreal, (1985) (translated from Russian by Ts. Gabeskiria).
2. Vashakmadze T.S. On the theory and practice of thin-walled structures. *GMJ*, De Gruyter | 2021 DOI: https://doi.org/10.1515/gmj-2020-2089.

ზოგიერთი ამოცანა ცარიელფორებიანი დრეკადი არეებისათვის

ბაკურ გულუა[1], თენგიზ მეუნარგია[2], რომან ჯანჯღავა[3]
[1]სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
bak.gulua@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
tengizmeunargia37@gmail.com
[3]საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
roman.janjgava@gmail.com

მოხსებაში განხილულია სტატიკის ზოგიერთი ორგანზომილებიანი ამოცანა ცარიელფორებიანი დრეკადი არეებისათვის. შესაბამისი დიფერენციალურ განტოლე-ბათა სისტემის ზოგადი ამონახსნები წარმოდგება კომპლექსური ცვლადის ორი ანალიზური ფუნქციისა და ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნის საშუალებით [1]. ამოხსნილია ამოცანა, როცა არე წრეა და საზღვარზე მოცემულია ძაბვები და ფორების მოცულობითი ნაწილის ცვლილებები. ასევე ამოხსნილია ამოცანა, როცა არე წრიული რგოლია და საზღვარზე მოცემულია გადაადგილებები ან ძაბვები და ფორების მოცულობითი ნაწილის ცვლილებები. ამოცანის ამოსახსნელად, ზოგად ამონახსნში შემავალი ფუნქციები, შესაბამის არეში, გაშლილია მწკრივებად და ნაპოვნია განაშალის კოეფინიენტები.

ლიტერატურა

1. Gulua, B., Janjgava, R. On construction of general solutions of equations of elastostatic problems for the elastic bodies with voids. *PAMM*, **18**, 1 (2018), e201800306.

არაკუმშვადი კონფოკალური ელიფსური რგოლისათვის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის ზუსტი ამოხსნა

ნათელა ზირაქაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
natela.zirakashvili@tsu.ge

ცნობილია, რომ მრავალი დრეკადი მასალა სასრული დეფორმაციისას დეფორმირდება მოცულობის შესამჩნევი ცვლილების გარეშე. ასეთი მასალები წარმოადგენენ არაკუმშვად დრეკად მასალებს. ერთგვაროვანი იზოტროპული არაკუმშვადი სხეულის მაგალითია რეზინის სხეული. წარმოდგენილ მოხსენებაში სასაზღვრო ამოცანები განხილულია არაკუმშვადი (რეზინის) კონფოკალური ელიფსური რგოლისათვის, ელიფსურ კოორდინატთა სისტემაში. არაკუმშვადი სხეულებისათვის ელიფსურ კოორდინატთა სისტემაში ჩაწერილია წონასწორობის განტოლებები, ჰუკის კანონი, დასმულია სასაზღვრო ამოცანები და ზუსტი (ანალიზური) ამონახსნები წარმოდგენილია ორი ჰარმონიული ფუნქციის საშუალებით, რომლებიც მიღებულია ცვლადთა განცალების მეთოდით. სასაზღვრო ამოცანები განხილულია კონფოკალური ელიფსური ნახევარრგოლისათვის $\overline{\Omega}=\{\vartheta_0 \le \vartheta \le \vartheta_1, 0 \le \alpha \le \pi\}$, როდესაც $\alpha=0$ და $\alpha=\pi$ საზღვრებზე ამონახსნების უწყვეტად გაგრძელების (სიმეტრიის ან ანტისიმეტრიის) პირობებია მოცემული. ამონახსნების უწყვეტად გაგრძელების პირობებიდან გამომდინარე, მიიღება სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნები მთლიანი (შეკრული) კონფოკალური ელიფსური რგოლისათვის $(\vartheta_0 \le \vartheta \le \vartheta_1,\ 0 \le \alpha < 2\pi)$. კონფოკალური ელიფსური ნახევარრგოლისათვის სასაზღვრო ამოცანები წარმოდგენილია ნახევარი ელიფსის შიგა და გარე ამოცანების სუპერპოზიციით. მიღებულია კონკრეტული ამოცანების რიცხვითი შედეგები და აგებულია შესაბამისი გრაფიკები.

შტამპის ამოცანა ბლანტი დრეკადი ნახევარსიბრტყისათვის ხახუნის გათვალისწინებით

გიორგი კაპანაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
kapanadze.49@mail.ru

განხილულია შტამპის ამოცანა ბლანტი დრეკადი ნახევარსიბრტყისათვის ხახუნის გათვალისწინებით, ამასთან იგი ეფუძნება კელვინ-ფოიგტას მოდელს. კომპლექსური ანალიზის მეთოდებით, რომელიც დრეკადობის ბრტყელ თეორიაში აკად. ნ. მუსხელიშვილისა და მისი მიმდევრების მიერაა დამუშავებული, საძიებელი კომპლექსური პოტენციალები, რომლებიც აღწერენ ნახევარსიბრტყის წონასწორობას, აგებულია ეფექტურად (ანალიზური ფორმით). ამ გზით მიღებულია ნორმალური და მხები ძაბვების გამოსახულებები შტამპის ქვეშ. განხილულია ორი კონკრეტული მაგალითი შტამპის ფუძის მოხაზულობისა, როდესაც იგი წარმოადგენს დიდი სიმრუდის რადიუსის მქონე პარაბოლის რკალს, ან ისეთი ელიფსის რკალს, რომლის ნახევარღერძიც მცირეა Oy ღერძის მიმართულებით. ამ შემთხვევებში ნაშთთა თეორიის გამოყენებით ამონახსნში შემავალი ინტეგრალი აგებულია ცხადი სახით.

წრიული ხვრელისა და ჭრილების მქონე უსასრულო ანიზოტროპული ფირფიტის ღუნვის ამოცანა

ბაჩუკი ფაჩულია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
pachulia.b@gtu.ge

განხილულია ხვრელისა და დეფექტების მქონე უსასრულო ბრტყელი ანიზოტროპული ფირფიტის ღუნვის ამოცანა, რომლის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი სახით ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით.

უსასრულო ანიზოტროპული ფირფიტა შესუსტებულია ერთეული რადიუსის მქონე წრიუილი ხვრელით და სიმეტრიულად განლაგებული ჭრილებით. ჭრილები მოთავსებულია $y=0$, $b<x<c$, $-c<x<-b$ $(b>1)$ მონაკვეთების გასწვრივ, რომლებზედაც მოცემულია ფირფიტის ჩაღუნვის, მობრუნების კუთხის, მღუნავი მომენტისა და განივი ძალის ნახტომები:

$$<W>=<W_y'>=<M_y>=0\ ;\ <N_y>=\mu(x)$$

ხვრელის საზღვარი ხისტადაა ჩამაგრებული და სასაზღვრო პირობას აქვს სახე

$$W=0\ ;\ \frac{\partial W}{\partial n}=0$$

ხოლო ფირფიტაზე უსასრულობაში მოქმედებს მღუნავი მომენტი. უნდა განისაზღვროს ფირფიტის ჩაღუნვა, მღუნავი, მგრეხავი მომენტები და გადამჭრელი ძალები ფირფიტაში.

ღუნვის კომპლექსური პარამეტრების გამოყენებით ფირფიტის მიერ დაკავებული S არე აფინური გარდაქმნების გზით გადადის S_1 და S_2 არეებში, შესაბამისად, საძიებელი ჩაღუნვის ფუნქცია წარმოიდგინება S_1 და S_2 არეებში განსაზღვრული $W_1(z_1)$ და $W_2(z_2)$ კომპლექსური პოტენციალებით:

$$W=W_0+2\operatorname{Re}\left[W_1\left(z_1\right)+W_2\left(z_2\right)\right]$$

სადაც W_0 არის ღუნვის არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნი. სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით ანალიზურ ფუნქციათა თეორიისა (კერძოდ, წრფივი შეუღლების ამოცანების) და კოშის ტიპის ინტეგრალთა თეორიის გამოყენებით $W_1(z_1)$ და $W_2(z_2)$ ანალიზური ფუნქციები ცხადად წარმოიდგინება და, შესაბამისად, განისაზღვრება საძიებელი სიდიდეები.

მთავარი საკონტაქტო ამოცანა ცარიელფორებიანი დრეკადი სიბრტყისათვის

ივანე ცაგარელი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
i.tsagareli@yahoo.com

ვთქვათ, ცარიელფორებიანი სიბრტყე ჩაკეტილი L წირით გაყოფილია შიგა D_1 და გარე D_2 არეებად. იგულისხმება, რომ D_1 და D_2 შევსებულია სხვადასხვა დრეკადი მასალით. ცარიელფორებიანი მასალებისათვის დრეკადობის თეორიის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას აქვს სახე [1]:

$$\mu_k\,\Delta\overset{k}{u}(\mathbf{x})+(\lambda_k+\mu_k)grad\,div\overset{k}{u}(\mathbf{x})+\beta_k\,grad\,\overset{k}{\varphi}(\mathbf{x})=0, \tag{1}$$
$$(\alpha_k\Delta-\xi_k)\overset{k}{\varphi}(\mathbf{x})-\beta_k\,div\,\overset{k}{u}(\mathbf{x})=0,\qquad \mathbf{x}\in D_k,$$

$\overset{k}{u}(\mathbf{x})$ არის გადაადგილების ვექტორი, $\overset{k}{\varphi}(\mathbf{x})$ - ფორათა ფარდობითი ფართობის ცვლილებაა. ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი საკონტაქტო ამოცანა. ვიპოვოთ D_k არეში რეგულარული ვექტორი $\overset{k}{U}(x)=(\overset{k}{u},\overset{k}{\varphi})$, რომელიც აკმაყოფილებს (1) სისტემას, საზღვარზე შემდეგ საკონტაქტო პირობებს

$$\overset{1}{u}(z)-\overset{2}{u}(z)=f(z),\quad \overset{1}{P}(\partial_z,n)\overset{1}{U}(z)-\overset{2}{P}(\partial_z,n)\overset{2}{U}(z)=F(z),$$

$$\overset{1}{\varphi}(z)-\overset{2}{\varphi}(z)=\Psi_1(z),\quad q_1\frac{\partial\overset{1}{\varphi}}{\partial n}-q_2\frac{\partial\overset{2}{\varphi}}{\partial n}=\Psi_2(z),\quad z\in L,$$

და უსასრულობაში-რეგულარობის პირობებს:

$$\overset{2}{U}(x)=O(1),\ \ r^2\frac{\partial\overset{2}{U}(x)}{\partial x_i}=O(1),\ \ i=1,2,$$

სადაც $\overset{k}{P}(\partial_z,n)\overset{k}{U}(z)$ არის ძაბვის ვექტორი ცარიელფორებიანი სხეულებისათვის.

მოხსენებაში განხილულია სტატიკის ორგანზომილებიანი ამოცანა ცარიელფორებიანი დრეკადი სიბრტყისათვის, რომელშიც ჩადგმულია სხვა მასალისაგან დამზადებული ცარიელფორებიანი დრეკადი წრე. ძირითად დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის სპეციალური წარმოდგენები აგებულია ელემენტარული (ჰარმონიული, ბიჰარმონიული და მეტაჰარმონიული) ფუნქციების გამოყენებით. ეს საშუალებას გვაძლევს დავიყვანოთ საწყის განტოლებათა სისტემა მარტივი სტრუქტურის განტოლებებზე, რაც თავდაპირველი ამოცანების ამოხსნას აადვილებს. ამონახსნები ჩაწერილია ცხადად, აბსოლუტურად და თანაბრად კრებადი მწკრივების სახით.

ლიტერატურა

1. Cowin, S.C. and Nunziato, J.W., Linear Elastic Materials with Voids. *Journal of Elasticity*, vol. 13, pp. 125-147, 1983.

მაგნიტოჰიდროდინამიკის ერთი ამოცანის ზუსტი ამონახსნი

ბადრი ცუცქირიძე[1], ლევან ჯიქიძე[2], ეკა ელერდაშვილი[1]

[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარმანენტი,
თბილისი, საქართველო

b.tsutskiridze@mail.ru, btsutskiridze@yahoo.com, ek.elerdashvili@yahoo.com

[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საინჟინრო მექანიკისა და
მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

levanjikidze@yahoo.com

შესწავლილია გამტარი ბლანტი უკუმშვადი სითხის არასტაციონარული დინება ორ პარალელურ პლასტიკატს შორის, როდესაც დინების მართობულად მოქმედებს გარეგანი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველი. სითხის დინება გამოწვეულია წნევის მუდმივი დაცემით. ლაპლასის ინტეგრალური გარდაქმნის მეშვეობით მიღებულია სითხის სიჩქარისა და მაგნიტური ველის ზუსტი ამოხსნები.

მსგავსი ამოცანები შესწავლილია [1-4] სტატიებში.

ლიტერატურა

1. Landau, L.A., Lifshits, E.M. *Electrodynamics of Continua*. GITTL, Moscow, 1982. 620p. (Russian).
2. Vatazin, A. B., Lubimov, G. A., Regirer, C. A. *Magnetohydrodynamic Flow in Channels*. Moscow: Nauka, 1970, 672 p. (Russian).
3. Tsutskiridze, V.N., Jikidze, L, A. The nonstationary flow of a conducting fluid a plane pipe in the presence of a transverse magnetic field. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*, **170**, 2 (2016), 280-286.
4. Jikidze, L.N., Tsutskiridze, V.N. Approximate method for solving an unsteady rotation problem for a porous plate in the conducting fluid with regard for the heat transfer in the case of electroconductivity. Several Problems of Applied Mathematics and Mechanics. *Series: Science and Technology Mathematical Physics (ebook), New York,* (2013), 157-164.

ზოგიერთი კომენტარი იერარქიულ მოდელებთან დაკავშირებით

გიორგი ჯაიანი, ნატალია ჩინჩალაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი & მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

giorgi.jaiani@tsu.ge, natalia.chinchaladze@tsu.ge

კომენტარების მთავარი მიზანია ავტორიტეტული გამოცემებიდან მოყვანილი ციტატებით გამოიკვეთოს იერარქიული მოდელების მნიშვნელობა, მათი მიზანი და თუ რა მოთხოვნების დაკმაყოფილება მოეთხოვებათ მათ.

დავიწყოთ ციტატების მოყვანით გამოთვლითი მექანიკის ენციკლოპედიიდან (იხ. [1], გვ. 2-10).

1.4 Families of Problems (პრობლემების ოჯახები)

„We will address two types of problems on our thin domain Ω^d: (i) find the displacement u solution to the equilibrium equation $\operatorname{div}\sigma(u)=f$ for a given load f, (ii) Find the (smallest) vibration eigen-modes (Λ,u) of the structure. For simplicity of exposition, we assume in general that the structure is clamped (this condition is also called 'condition of place') along its lateral boundary Γ^d and will comment on other choices for lateral boundary conditions. On the remaining part of the boundary $\partial\Omega^d\setminus\Gamma^d$ ('top' and 'bottom') traction free condition is assumed".

1.5 Computational obstacles (კომპიუტერული დაბრკოლებები)

„With the twofold aim of improving the precision of the models and their approximability by finite elements, the idea of hierarchical models becomes natural: Roughly, it consists of an Ansatz of polynomial behavior in the thickness variable, with bounds on the degrees of the three components of the 3-D displacement. The introduction of such models in variational form is due to Vogelius and Babuška (1981c) and Szabo and Sahrmann (1988). Earlier beginnings in that direction can be found in Vekua (1955, 1965). The hierarchy (increasing the transverse degrees) of models obtained in that way can be discretized by the p -version of the elements".

3.1 The concepts of the hierarchical models (იერარქიული მოდელების კონცეფციები)

„The idea of hierarchical models is a natural and efficient extension to that of limiting models and dimension reduction. In the finite element framework, it has been firstly formulated in Szabo and Sahmann (1988) for isotropic domains, mathematically investigated in Babuška and Li (1991, 1992), and generalized to laminated composites in Babuška, Szabo and Actis (1992) and Actis, Szabo and Schwab (1999).

Any model that belongs to the hierarchical family has to satisfy three requirements; see Szabo and Babuška (1991) Chap. 14.5:

(a) Approximability (მიახლოებითობა). At any fixed thickness $\varepsilon > 0$:

$$\lim_{q\to\infty}\left\|u^{\varepsilon}-u^{\varepsilon,q}\right\|_{E(\Omega^d)}=0$$

(b) Asymptotic consistency (ასიმპტოტური მდგრადობა). For any fixed triple degree q:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\left\|u^{\varepsilon}-u^{\varepsilon,q}\right\|_{E(\Omega^d)}}{\left\|u^{\varepsilon}\right\|_{E(\Omega^d)}}=0$$

(c) Optimality of the convergence rate (კრებადობის სიჩქარის ოპტიმალობა). There exists a sequence of positive exponents $\gamma(q)$ with the growth property $\gamma(q)<\gamma(q')$ if $q \prec q'$, such that 'in the absence of boundary layers and edge singularities'

$$\left\|u^{\varepsilon}-u^{\varepsilon,q}\right\|_{E(\Omega^d)}\le C\varepsilon^{\gamma(q)}\left\|u^{\varepsilon}\right\|_{E(\Omega^d)}$$

$\left\|\cdots\right\|_{E(\Omega^d)}$ means the strain energy norm".

როგორც ვხედავთ, აქ ლაპარაკია აპროქსიმაციულობაზე ე.ი. მიახლოებითი ამოცანების (მოდელების) ამონახსნების შესაბამისი სამგანზომილებინი ამოცანების (მოდელების) ამონახსნისკენ მისწრაფებაზე, მიახლოებითი მოდელების თანმიმდევ-რულობაზე, და მის კრებადობის სიჩქარის ოპტიმალურობაზე. სხვა არაფერი არ მოითხოვება, კერძოდ, არანაირი საუბარი არ არის პირით ზედაპირზე სასაზღვრო პი-რობების დაკმაყოფილებაზე ნებისმიერ მიახლოებაში (რაც გამოიწვევდა მიახლოებითი მოდელების იერარქიულობის დარღვევას), ისევე, როგორც კირხოფ-ლიავის მოდელში არ მოითხოვება ფირფიტის პირით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილება, აქ დატვირთვის გავლენაა მნიშვნელოვანი (ის გათვალისწინებულია მმართველი განტოლების მარჯვენა მხარეში), ფირფიტის საზ-

ღვარზე (ე.ი. გვერდით საზღვარზე) სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილებასთან (რაც ცხადია მიახლოებითია იმ სიზუსტით, რაზეც ზემოთ იყო საუბარი) ერთად.

მიახლოების სიზუსტე აინტერესებდა ი. ვეკუას [2]-ში (იხ. §11), სწორედ ამიტომ დასვა კითხვა ასეთნაირად:

“Теперь, очевидно, встает вопрос, <u>в какой мере</u> приближения вида

$$U_N(x^1,x^2,x^3)=\sum_{k=1}^{N}\overset{(k)}{U}(x^1,x^2)P_k\left(\frac{x^3-\overline{h}}{h}\right), \tag{11.1}$$

и

$$P^i(U_N)=\sum_{k=1}^{N}\overset{(k)}{P^i}(x^1,x^2)P_k\left(\frac{x^3-\overline{h}}{h}\right), \tag{11.2}$$

<u>удовлетворяют</u> краевым условям на лицевых поверхностях S^+ и S^-, где мы считаем заданными напряжения $\overset{(+)}{P}$ и $\overset{(-)}{P}$ соответственно.”

ამრიგად, ი. ვეკუას აინტერესებდა §11-ში მის მიერ აგებული (11.1) და (11.2) მიახლოებითი ამონახსნების სიზუსტეს, თუ „რა ზომით“ აკმაყოფილებდა პირით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობას, რასაც მან თვითონვე უპასუხა, მაგრამ ამით არ დაკმაყოფილდა და ჟურნალ საკავშირო მეცნიერებათა აკადემიის მოხსენებებში წარადგინა დ. გორდეზიანის [3] სტატია, რომელიც ეხება ი. ვეკუას მიერ აგებული მიახლოებითი ამონახსნების სიზუსტეს. ეს სტატია მითითებულია [1]-შიც, იქვეა მითითებული მ. ავალიშვილის და დ. გორდეზიანის [4] სტატია მიძღვნილი ამავე საკითხისადმი; იქვეა აგრეთვე მითითებული ქრ. შვაბის [5] სტატია, რომელშიც მუდმივი სისქის შემთხვევაში ი. ვეკუას იერარქიული მოდელები გამოკვლეულია წინამდებარე კომენტარების დასაწყისში აღნიშნული მოთხოვნების შესაბამისად. აქვე უნდა აღინიშნოს აგრეთვე დ. გორდეზიანის, გ. ავალიშვილის და მ. ავალიშვილის გამოქვეყნებული შემდეგი სტატიებიც [6,7].

<u>შენიშვნა.</u> უნდა აღვნიშნოთ, რომ იერარქიული მოდელების გამოკვლევის ტრადიციული მეთოდებით (მაგალითად, კორნის უტოლობაზე დაფუძნებული) შეუძლებელია წამახვილებულ ნაპირზე (ბოლოზე) სასაზღვრო პირობების დასმის თავისებურებების სრულყოფილად გამოკვლევა. ეს იმითაა გამოწვეული, რომ ამ შემთხვევაში მმართველი დიფერენციალური განტოლებები სინგულარული განტოლებებია, რომელთათვისაც განტოლებების გადაგვარების წირზე სასაზღვრო პირობების დასმა განტოლების მთავარ ნაწილთან ერთად დამოკიდებულია დაბალი წევრების კოეფიციენტების მნიშვნელობაზე (იხ. [8]) განტოლების გადაგვარების წირზე ან ამ უკანასკნელის მიდამოში მათ ყოფაქცევაზე (იხ. [9]).

მოხსენების მეორე ნაწილში პირველი ნაწილის სტილში მოკლედ ვიხილავთ ორგანზომილებიან მოდელებში ფირფიტის პირით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობების

დაკმაყოფილების საკითხს. ვიწყებთ ბრტყელი დეფორმაციის უმარტივესი მოდელით სასრული ცილინდრისთვის. როგორც ცნობილია, ბრტყელი დეფორმაციის უზრუნველსაყოფად პირით ზედაპირებზე (ე.ი. ცილინდრის ზედა და ქვედა ფუძეზე) მოვდოთ $+\sigma_{33}$ და $-\sigma_{33}$, რომლებიც ცალსახად განისაზღვრება მას შემდეგ, რაც ამოვხსნით ორგანზომილებიან სასაზღვრო ამოცანას სასაზღვრო პირობებით გვერდით ზედაპირზე. ასე, რომ მათი ნებისმიერად დასახელება შეუძლებელია. შევნიშნოთ, რომ ვეკუას მოდელების მმართველი სისტემების მთავარი ნაწილი u_1 და u_2 გადაადგილებების მომენტებისათვის ბრტყელი დეფორმაციის სისტემის მსგავსია (იხ. [2]), რომელიც ვეკუას N=0 მიახლოების შესაბამის სისტემას ზუსტად ემთხვევა მუდმივი სისქის ფირფიტის შემთხვევაში.

ლიტერატურა

1. Dauge, M., Faou, E., and Yosibash, Z., Plates and shells: Asymptotic expansions and hierarchical models in Encyclopedia of Computational Mechanics. Edited by Erwin Stein, René de Borst and Thomas J.R. Hughes. John Wiley & Sons, Ltd., 2004
2. Vekua, I. N.: Some General Methods of Constructing of Various Versions of Theory of Shells. Nauka, Moscow, 1982, 286 p. (Russian)
3. Gordeziani, D.G.: To the exactness of one variant of the theory of thin shells. Dokl. Acad. Nauk SSSR, 1974, **215** (4), 751-754. (Russian)
4. Avalishvili, M., Gordeziani, D.: Investigation of two-dimensional models of elastic prismatic shells. Georgian Mathematical Journal, 2003, **10** (1), 17-36.
5. Schwab, C.: A-posteriori modelling error estimation for hierarchical Plate Models. Numerische Mathematik,1996, 74, 221-259
6. Avalishvili, M., Gordeziani, D.: Investigation of two-dimensional models of elastic prismatic shell. Georgian Math. J. 2003, 10 (1), 17–36
7. Avalishvili, G., Avalishvili, M.: Investigation of a static hierarchic model for elastic shells. Bull. Georgian Acad. Sci. 2004, 169 (3), 451–453
8. Keldysh, M. V.: On some cases of degeneration of an equation of elliptic type on the domain boundary. (Russian)Dokl. Akad. Nauk SSSR 1951, 77 (2), 181–183.
9. Jaiani, G.: On a Generalization of the Keldysh Theorem, Georgian Mathematical Journal, 1995, 2 (3), 291-297

საკონტაქტო ამოცანა ჩართვის მქონე უბან-უბან ერთგვაროვანი ბლანტი დრეკადი ფირფიტისათვის

ციალა ჯამასპიშვილი, ნუგზარ შავლაყაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ciko.jamaspishvili@gmail.com

მოხსენებაში განხილული ფირფიტა მოიცავს $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეს, რომელიც შედგება ორი სხვადსხვა $S_1 = \{z \mid \mathrm{Re}z > 0, \quad z \notin l_1\}$, $S_2 = \{z \mid \mathrm{Re}z < 0\}$ იზოტროპული ბლანტი დრეკადი თვისების მქონე ნახევარსიბრტყისაგან და იგი ox ღერძის გასწვრივ გამაგრებულია ნახევრადუსასრულო $(l_1 = (0,\infty))$ ან სასრული $(l_1 = (0,1))$ ხისტი ჩართვით, რომელზეც მოქმედებს ნორმალური დატვირთვა $p_0(x,t)$ ინტენსივობით. გამყოფ საზღვარზე მოცემულია უწყვეტობის პირობები:

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(2)}, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)}, \qquad \frac{\partial u_1}{\partial y} = \frac{\partial u_2}{\partial y}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_2}{\partial y}. \tag{1}$$

ხისტი ჩართვისა და S_1 ნახევარსიბრტყის ურთიერთქმედების საზღვარზე (l_1 წირის გასწვრივ) მოცემულია ძაბვებისა და გადაადგილების კომპონენტების ნახტომის, ხისტი კონტაქტისა და ჩართვის წონასწორობის პირობები

$$\sigma_y^{(1)+} - \sigma_y^{(1)-} = p(x,t), \quad \tau_{xy}^{(1)+} - \tau_{xy}^{(1)-} = 0, \quad u_1^+ - u_1^- = 0, \quad v_1^+ = v_1^- \equiv v(x,t), \tag{2}$$

$$\frac{dv_0(x,t)}{dx} = \frac{dv(x,t)}{dx} = 0, \qquad \int_{l_1} [p(x,t) - p_0(\mathrm{x,t})]\mathrm{dt} = 0. \tag{3}$$

ამოცანა მდგომარეობს $p(x,t)$ ნორმალური საკონტაქტო ძაბვის განსაზღვრასა და მისი ყოფაქცევის დადგენაში ხისტი ჩართვის ბოლოების მიდამოში. ბლანტდრეკადობის თეორიაში კოლოსოვ-მუსხელიშვილის ფორმულების ანალოგების გამოყენებით წრფივი შეუღლების ამოცანების ამოხსნა გვაძლევს კომპლექსურ პოტენციალებს შემდეგი სახით:

$$\Phi_1(z,t) = \frac{1}{2\pi(æ_1+1)i}\int_0^\infty \frac{p(x,t)dt}{x-z} + W_1(z,t) \equiv A_1(z,t) + W_1(z,t),$$

$$\Psi_1(z,t) = \frac{æ_1 - 1}{2\pi(æ_1+1)i}\int_0^\infty \frac{p(x,t)dx}{x-z} - \frac{1}{2\pi(æ_1+1)i}\int \frac{xp'(x,t)dx}{x-z} + Q_1(z,t) \equiv B_1(z,t) + Q_1(z,t)$$

სადაც $W_1(z,t), Q_1(z,t)$ არის S_1 ნახევარსიბრტყეში საძიებელი ანალიზური ფუნქციები, რომლებიც განისაზღვრება გამყოფ საზღვარზე მოცემული (1) პირობებიდან.

(2) და (3) პირობების გამოყენებით ამოცანა დაიყვანება ინტეგრალურ განტოლებაზე, რომლის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი სახით. მიღებულია შესაბამისი ასიმპტოტური შეფასებები.

სარჩევი

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

რიცხვთა თეორიის, ალგებრისა და გეომეტრიის სექცია

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია