ოპტიმალური ჰეჯირება ფინანსურ მოდელში დარღვევით

ზაზა ხეჩინაშვილი
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო,
khechinashvili@gmail.com

ალბათურ სივრცეზე ფილტრაციით $(\Omega, F, (F_n)_{0 \le n \le N}, P)$ განვიხილოთ დისკრეტული დროის სტოქასტური პროცესი, როგორც რისკიანი აქტივის ფასის ევოლუცია

$$S_n = S_{n-1} \exp\{I(n < \theta)\Delta M_n^{(1)} + I(n \ge \theta)\Delta M_n^{(2)}\},\ n = 1, \dots, N, \tag{1}$$

სადაც $S_0 > 0$ მუდმივია, $M_n^{(1)}$ და $M_n^{(2)}$ დამოუკიდებელი გაუსის მარტინგალებია საწყის მომენტში 0-ის ტოლიმნიშვნელობით. θ შემთხვევითი სიდიდეა, რომელიც ღებულობს მნიშვნელობებს $1,2,\dots,N$ ცნობილი ალბათობებით $p_i = P(\theta = i), i = \overline{1,N}$. ვექტორი $(M_n^{(1)}, M_n^{(1)})$ დამოუკიდებელია θ-საგან და $I(A)$ არის A სიმრავლის ინდიკატორი.

ამ მოდელში ევროპული ტიპის შემთხვევითი ვალდებულებისთვის $f(S_N)$ აგებულია GF ჰეჯური სტრატეგია $\pi = (\gamma_n, \beta_n)$, რომელიც ოპტიმალურია საშუალო კვადრატული აზრით

$$E[f(S_N) - X_N^\pi]^2, \tag{2}$$

სადაც X_N^π კაპიტალის პროცესია საბოლოო N მომენტში და საპროცენტო განაკვეთი $r = 0$.

თეორემა. მოდელში, რომელიც აღწერილია (1) სქემით, (2) აზრით ოპტიმალური სტრატეგია არის

$$\gamma_n = \frac{E[F_n(e^{h_n} - C_n)/F_{n-1}^S]}{S_{n-1}E[(e^{h_n} - C_n)^2/F_{n-1}^S]},$$

$$\beta_n = -\sum_{i=1}^n C_i \gamma_i S_{i-1} - \sum_{i=1}^n S_{i-1}\Delta\gamma_i,$$

სადაც $C_n = e^{\frac{\Delta\langle M^{(1)}\rangle_n}{2}} \sum_{i=n}^N P_i^n + e^{\frac{\Delta\langle M^{(2)}\rangle_n}{2}} \sum_{i=1}^{n-1} Q_i^n - 1$, P_i^n და Q_i^n მოცემულია [3]-ში.

ლიტერატურა

1. Schweizer, M.: Variance-Optimal Hedging in Discrete Time. Mathematics of Operations Research, 20, (1995), 1—32
2. Shiryaev, A.N.: Essentials of Stochastic Finance. Facts, models,Theory. World Scientific. Singapure, 1999.
3. Glonti, O., Khechinashvili, Z.: Geometric Gaussian Martingales With Disorder. Theory of Stochastic Processes, Vol. 16(32), no. 1, 2010, pp. 44-48.