რ.გ. sQ-ხარისხების მინიმალური წყვილები

როლანდ ომანაძე
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი
Roland.omanadze@tsu.ge

ტენენბაუმმა (იხ., [1, გვ.159]) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე განსაზღვრა Q-დაყვანადობის ცნება შედეგნაირად: A სიმრავლე Q-*დაყვანადია* B სიმრავლეზე (სიმბოლურად: $A \leq_Q B$) თუ არსებობს ისეთი რეკურსიული ფუნქცია f, რომ ყოველი $x\epsilon\omega$–სთვის (სადაც ω აღნიშნავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს), $x\epsilon A \Leftrightarrow W_{f(x)} \subseteq B$. თუ, დამატებით, არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუნქცია g, რომ $(\forall x)(\forall y)(y\in W_{f(x)} \Rightarrow y<g(x))$, მაშინ ვიტყვით, რომ A ძლიერად Q–დაყვანადია (ან sQ–დაყვანადია) B–ზე (სიმბოლურად: $A \leq_{sQ} B$).

ჩვენი აღნიშვნები და ტერმინოლოგია სტანდარტულია და შეიძლება იხილოთ [1,2] –ში. sQ-ხარისხებისთვის ადგილი აქვს შემდეგ დებულებებს:

თეორემა 1. თუ რ.გ. sQ-ხარისხები **a** და **b** ქმნიან მინიმალურ წყვილს რ.გ. sQ-ხარისხებში, მაშინ **a** და **b** არის მინიმალური წყვილი ყველა sQ-ხარისხში.

თეორემა 2. თუ **a** და **b** რ.გ. sQ-ხარისხებია, მაშინ ყოველი არანულოვანი sQ-ხარისხისთვის **c,** სადაც **c** $\leq_{sQ}$ **a**, **b**, არსებობს ისეთი რ.გ. sQ-ხარისხი **d,** რომ **d** $\leq_{sQ}$ **a**, **b** და $(\forall C\in \mathbf{c})(\forall D\in\mathbf{d})(C\leq_Q D)$.

თეორემა 3. ყოველი მარტივი სიმრავლისთვის S, K $\nleq_{sQ}$ S, სადაც K კრეატიული სიმრავლეა, არსებობს S სიმრავლესთან sQ-არასადარი, არაგამოთვლადი, არააჩქარებადი სიმრავლე A ისეთი, რომ deg_{sQ}(A) და $deg_{sQ}(B)$ არ ქმნიან მინიმალურ წყვილს რ.გ. sQ-ხარისხებში.

თეორემა 4. ყოველი აჩქარებადი სიმრავლისთვის S, K $\nleq_{sQ}$ S, სადაც K კრეატიული სიმრავლეა, არსებობს S სიმრავლესთან sQ-არასადარი, არაგამოთვლადი, არააჩქარებადი სიმრავლე A ისეთი, რომ deg_{sQ}(A) და $deg_{sQ}(B)$ არ ქმნიან მინიმალურ წყვილს რ.გ. sQ-ხარისხებში.

References

1. Rogers, H.: Theory of recursive functions and effective computability. McGraw-Hill Book Co., New York (1967).
2. Soare, R.I.: Recursively enumerable sets and degrees. Springer-Verlag, Berlin (1987).