წერტილოვან სიმრავლეთა თეორიის ერთი კონკრეტული გამოყენება ზომის თეორიაში

ჩვენ განვიხილავთ სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის მოდიფიცირებულ ვერსიას და მოვახდენთ ამ ვერსიის ანალიზს ლოგიკური და დამატებითი სიმრავლურ-თეორიული აქსიომების დახმარებით. მთავარი განსხვავება ამ მიდგომასა და კლასიკურ განსაზღვრებას შორის მდგომარეობს იმაში, რომ ჩვენ არა რაიმე კონკრეტულ ზომას, არამედ ზომათა სხვადასხვა კლასებზე გვექნება საუბარი.

ამ მიდგომით შემოტანილია სამი ძირითადი განსაზღვრება:
ა) აბსოლუტურად ზომადობა ზომათა რაიმე კლასის მიმართ;
ბ) ფარდობითად ზომადობა ზომათა რაიმე კლასის მიმართ;
გ) აბსოლუტურად არაზომადობა ზომათა რაიმე კლასის მიმართ;

სწორედ დამატებით სიმრავლურ-თეორიული აქსიომებზე დაყრდნობით ვიხილავთ ზემოთ მოყვანილ მოდიფიკაციას. ამ მიდგომით შეგვიძლია დავახასიათოთ ბერნშტეინის სიმრავლე, როგორც აბსოლუტურად არაზომადი სიმრავლე კონკრეტული M_0 კლასისათვის.

ასევე ბერნშტეინის სიმრავლეებთან მიმართებაში ვაჩვენებთ, რომ

1. ნებისმიერი ფუნქცია, რომლის გრაფიკი არის მსუქანი გრაფიკი, არის ფარდობითად ზომადი ლებეგის ზომის გაგრძელებათა კლასის მიმართ;
2. არსებობს ბერნშტეინის სიმრავლე, რომელიც აბსოლუტურად უგულვებელყოფადია;
3. არსებობს 2^c რაოდენობა ფუქნციების, რომლის გრაფიკი არის მსუქანი გრაფიკი $\mathbf{R}^2$ -ში.

One concrete application of point set theory in measure theory

We consider a modified version of the concept of measurability of sets and functions, and analyze this version from the point of view of additional set-theoretical axioms. The main feature of such an approach is that the measurability is treated not only with respect to a concrete given measure, but also with respect to various classes of measures. So, for a class M of measures, the measurability of sets and functions has the following three aspects:

a) absolute measurability with respect to M;
b) relative measurability with respect to M;
c) absolute non-measurability with respect to M.

With the aid of additional set theoretical axioms, we specify the above-mentioned aspects of measurability It is also investigated how the classes of absolutely measurable, relatively measurable and absolutely non-measurable functions (with respect to a fixed class M of measures) behave under action of standard operations, such as composition, addition, multiplication, limit operation, and so on.

In particular, it is shown that:

(a) Any function, which have a λ_2 -massive graphic, is relative measurable with respect to the class of extensions of Lebsgue measure;
(b) there exists Bernstein set such, that there is a absolutely negligible;
(c) There exists 2^c functions, which graphic is λ_2 –massive in $\mathbf{R}^2$.